Über das Inertialsystem der Stellarastronomie und zur Frage nach der Verbesserung der Präzessionskonstante.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

genehmigt von der

Philosophischen Fakultät
der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin

von

Karl Pilowski
aus Berlin-Wilmersdorf.

Tag der Promotion: 9. Mai 1932.
Tag der mündlichen Prüfung: 17. Dezember 1931.

Abdruck aus den Astronomischen Nachrichten Bd. 245.

Kiel 1932.
Druck von C. Schaidt, Inhaber Georg Oheim, Kiel.

251

Referenten: Professor Dr. *A. Kopff*
Professor Dr. *P. Guthnick*

Über das Inertialsystem der Stellarastronomie und zur Frage nach der Verbesserung der Präzessionskonstante.

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

genehmigt von der

Philosophischen Fakultät
der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin

von

Karl Pilowski
aus Berlin-Wilmersdorf.

Tag der Promotion: 9. Mai 1932.
Tag der mündlichen Prüfung: 17. Dezember 1931.

Abdruck aus den Astronomischen Nachrichten Bd. 245.

Kiel 1932.
Druck von C. Schaidt, Inhaber Georg Oheim, Kiel.

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

Meinen lieben Eltern

in Dankbarkeit

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547615_0039

Abdruck aus den Astr. Nachr. Nr. 5864.
(Band 245. — April 1932.)

Über das Inertialsystem der Stellarastronomie und zur Frage nach der Verbesserung der Präzessionskonstante.

Von *K. Pilowski*.

[Mit 1 Tafel.]

Übersicht. Es ist in letzter Zeit die Frage aufgeworfen worden, ob die *Newcomb*sche oder die *Struve-Peters*sche Präzessionskonstante die bessere sei. Die folgenden Untersuchungen sind mit dem Ziele ausgeführt, zu einer Klärung dieser Frage zu kommen und insbesondere zu untersuchen, ob überhaupt eine stellarstatistische Verbesserung der gerade im Gebrauch befindlichen Präzessionskonstante notwendig bzw. zweckmäßig ist. Wir haben zur Bearbeitung dieser Fragen alles das zusammenzustellen, was in dieser Hinsicht wesentlich ist. Wir werden sehen, daß durch eine Reihe von bisher erschienenen Untersuchungen eine eindeutige Stellungnahme gegeben ist. In diesem Zusammenhang wird uns auch die für die Stellarastronomie so wichtige Frage nach einem einwandfreien Bezugssystem für die Stellardynamik beschäftigen, nach dem »Inertialsystem der Stellarastronomie«. Es wird sich zeigen, daß es notwendig ist, grundsätzlich zwischen einem Inertialsystem der Stellarastronomie und einem Inertialsystem der Planetenastronomie zu unterscheiden, wenn wir ein Inertialsystem so definieren, wie es aus den Beobachtungen realisiert werden kann.

Die prinzipielle Klärung dessen, was wir in der Astronomie unter einem Inertialsystem zu verstehen haben, haben wir *Anding* und *Seeliger* zu verdanken. Wegen ihrer Wichtigkeit und um die Definition eines Inertialsystems zur Verfügung zu haben, gehen wir nach einem einleitenden Abschnitt **1** in Abschnitt **2** auf die Ausführungen *Anding*s und *Seeliger*s ausführlich ein. Im Abschnitt **3** stellen wir dar, wie das Inertialsystem der Stellarastronomie zu bestimmen ist, bzw. inwieweit es überhaupt realisiert werden kann. Die Möglichkeit der Festlegung dieses Inertialsystems hängt eng mit einer dynamischen Theorie des Sternsystems zusammen. Daher beschäftigen wir uns im Abschnitt **4** mit der Theorie der galaktischen Rotation von *Lindblad* und *Oort*, die bisher in umfassendster Weise die beobachteten Erscheinungen zu erklären sucht. Auf Grund der Ausführungen der Abschnitte **2** und **3** kommen wir in Abschnitt **5** zu einer Kritik der verschiedenen zur Verbesserung der Präzessionskonstante benutzten Methoden und schließlich im 4. Teil dieses Abschnittes zu einer eindeutigen Stellungnahme zu der zur Diskussion gestellten Frage. Es zeigt sich, daß die Frage, welcher von den beiden angegebenen Präzessionskonstanten der Vorzug zu geben sei, letzten Endes keinen Sinn hat und daß eine stellarstatistische Verbesserung der gerade im Gebrauch befindlichen Präzessionskonstante zwecklos ist.

1. Die Beschreibungssysteme der Astronomie.

1. Definition der Beschreibungssysteme. Wir beschreiben in der Astronomie die Beobachtungen durch Angabe des Zeitpunktes der Beobachtung in einer vorgegebenen Zeitskala und durch Angabe des Ortes in einem rechtwinkligen dreidimensionalen Koordinatensystem. Den Inbegriff Koordinatensystem und Zeitskala bezeichnen wir im folgenden als Beschreibungssystem. Der Grund für die Wahl eines solchen Beschreibungssystems zur Darstellung der Vorgänge liegt darin, daß wir die Beobachtungen zwangsläufig in Systemen dieser Art erhalten und demgemäß auch eine einheitliche Darstellung der Vorgänge unabhängig von den Beschreibungssystemen, in denen sie beobachtet sind, in einem Beschreibungssystem von gleichem Charakter vornehmen. Das hat mit der realen Beschaffenheit von Raum und Zeit von vornherein nichts zu tun. Es wird also damit nicht gesagt, daß der reale Raum notwendig im Sinne der Euklidischen Geometrie aufgebaut sei. Die *Einstein*sche Relativitätstheorie zeigt im Gegenteil, daß der reale physikalische Charakter von Raum und Zeit durchaus anders ist. Es ist nur so: Wenn wir die realen Gesetzmäßigkeiten des Raumes, der Zeit und der Vorgänge erkannt haben, so gehen wir zur Prüfung an der Erfahrung notwendigerweise zu einem Beschreibungssystem über, das die Beschaffenheit der Beschreibungssysteme hat, in denen uns zwangsläufig die Beobachtungen gegeben werden. Nur um diese Beschreibungssysteme, in denen wir Vorgänge beobachten oder darstellen, handelt es sich in den folgenden Ausführungen.

Ein Koordinatensystem ist bis auf die Angabe der Maßzahlen der drei Achsen bestimmt durch Vorgabe des Ursprungs, einer orientierten Ebene durch ihn, einer Nullrichtung in dieser und der Angabe der Orientierung, d. h. die Festlegung als rechts- oder linkshändiges Koordinatensystem. Zwei gleichorientierte Koordinatensysteme sind bis auf eine Translation, die durch den Vektor $\mathfrak{x}_0$ angegeben sei, durch eine Drehung ineinander überführbar. Eine Drehung ist durch die drei *Euler*schen Winkel (α, β, γ) bestimmt oder im Falle einer infinitesimalen Drehung durch einen liniengebundenen Vektor $\Delta\mathfrak{p}$ (»Rotation«).

2. Die Beobachtungssysteme. Wir haben in der Astronomie zwei Arten von Beschreibungssystemen zu unterscheiden. Die erste Art sind die Beobachtungssysteme. Das sind die, die durch die Erfahrung direkt vorgegeben sind, in denen die Gestirnsörter beobachtet werden und die jederzeit realisierbar sind. Diese Beschreibungssysteme bilden somit das Fundament der ortsbeschreibenden Astronomie. Wir haben an jedem vorgegebenen Beobachtungsort drei verschiedene Beobachtungssysteme. Die ihnen zugehörenden Koordinatensysteme sind:

1) Das System des Horizonts und des Meridians, definiert durch Horizont und Südpunkt. Die Orientierung ist linkshändig.

2) Das System des Äquators und des Meridians, definiert durch den Erdäquator und den Meridian. Die Orientierung ist linkshändig.

3) Das äquatoriale System, definiert durch den Erdäquator und eine der Beobachtung zugängliche, von der Erddrehung unabhängige Richtung. Als solche können wir die Richtung nach einem Fixstern nehmen oder eine solche, die für jeden Zeitpunkt T gegen einen Fixstern oder eine Gruppe von Fixsternen in bekannter Weise festgelegt ist. Die Orientierung wird rechtshändig gewählt.

Als Zeitmaß T können wir irgend einen »vernünftigen« periodischen Vorgang wählen, und zwar für alle Beobachtungssysteme in gleicher Weise. Wir nehmen als solchen die scheinbare Drehung der in 3) angegebenen Nullrichtung.

In diesen Systemen messen wir die Richtungen, also die Winkelkomponenten der Polarkoordinaten der Gestirnsörter zu vorgegebenen Zeitpunkten. Wir sehen dabei davon ab, daß wir den Ort eines Gestirns als Richtung des von ihm kommenden Lichtstrahls messen.

3. Die abgeleiteten Systeme. Die zweite Art von Beschreibungssystemen bezeichnen wir als abgeleitete Systeme. Ein solches ist bestimmt durch Angabe einer Transformation $[\mathfrak{x}_0(T);\ \alpha(T),\ \beta(T),\ \gamma(T);\ t(T)]$, die uns die Lage des abgeleiteten Bezugssystems zu einem Beobachtungssystem eines bestimmten Erdortes und die Angabe der abgeleiteten Zeit $t(T)$ für jeden Zeitmoment T gibt.

Bei den abgeleiteten Systemen haben wir zwischen zwei grundsätzlich verschiedenen Unterarten zu unterscheiden.

a) Die geozentrischen Beschreibungssysteme. Sie sind gegeben durch eine Translation $\mathfrak{x}_0$ der topozentrischen Beobachtungssysteme in den Erdmittelpunkt. ($\mathfrak{x}_0$ ist der Radiusvektor, der vom Erdmittelpunkt zum betrachteten Erdort führt.) Die Transformation hat mithin die Gestalt: $[-\mathfrak{x}_0(T);\ 0, 0, 0;\ T]$. Sie ist lediglich abgeleitet aus der Form und der Größe des Erdkörpers und der Lage des Erdortes auf ihm, beruht also allein auf einer Ausmessung des Erdkörpers.

b) Zur zweiten Unterart der abgeleiteten Beschreibungssysteme rechnen wir die, die auf irgend einer mechanisch begründeten oder zweckmäßigen Festsetzung beruhen. Dahin gehören:

1) Die Beschreibungssysteme, die festgelegt sind durch Angabe eines dynamischen Systems, d. h. durch Vorgabe einer Reihe von im Verlauf ihrer Bahnen beobachtbaren Massenpunkten und durch Angabe von einem Differentialgleichungssystem, denen die Bewegungen der Massenpunkte genügen sollen.

2) Solche Beschreibungssysteme, bei denen die Begründung durch ein dynamisches System im eben angegebenen Sinne praktisch unmöglich ist und ersetzt wird durch mechanisch zu begründende statistische Beziehungen, die eine Festlegung ermöglichen.

3) Die Systeme, bei denen willkürliche Festsetzungen eine Rolle spielen.

Zu 1) gehören das mechanische Inertialsystem der Planetenastronomie und die aus diesem hergeleiteten Systeme. Das sind die Systeme Ekliptik-Frühlingspunkt und Äquator-Frühlingspunkt als geozentrische wie auch als heliozentrische Systeme.

Zu 2) gehört ein Beschreibungssystem, das man als das Inertialsystem der Stellarastronomie bezeichnen kann.

Zu 3) gehören das empirische Inertialsystem und das »gemischte« Inertialsystem der Planetenastronomie.

2. Über die Inertialsysteme.

1. Definition der Inertialsysteme. Im folgenden Abschnitt beschäftigen wir uns mit der Definition der astronomischen Inertialsysteme, und zwar an Hand der Arbeiten von *Anding*[1]) und *Seeliger*[2]) und einer Abhandlung von *Bauschinger*[3]). [Siehe auch den Artikel von *ten Bruggencate* und *Kienle*[4]) im Lehrbuch der Physik von Müller-Pouillet.]

Es sei ein abgeschlossenes System von n materiellen Punkten gegeben. (Die Bezeichnung »abgeschlossen« soll bedeuten, daß wir nur diese Punkte als existierend annehmen.) Es seien zu beliebig vielen voneinander verschiedenen Zeitpunkten T_K die Örter $\mathfrak{x}_\mu$ der materiellen Punkte in irgendeinem realisierbaren Beschreibungssystem B vollständig oder teilweise bekannt. Wir sagen dafür, es seien beliebig viele Konfigurationen bekannt. Wir geben ein bestimmtes Differentialgleichungssystem vor in der Form:

$$\bar{x}_\rho'' = f_\rho(\bar{x}_\nu, \bar{x}_\nu', t, p_\lambda) \qquad \rho = 1 \cdots 3n$$
$$\nu = 1 \cdots 3n$$
$$\lambda = 1 \cdots m\,.$$

p_λ seien dabei irgendwelche Parameter.

Wenn wir ein Beschreibungssystem I durch eine Transformation $[\mathfrak{x}_{0I}(T);\ \alpha_{BI}(T),\ \beta_{BI}(T),\ \gamma_{BI}(T);\ t(T)]$, die uns die Lage von I in bezug auf B für jeden Zeitmoment T gibt, und ferner die Parameter p_λ so angeben können, daß die Bewegungen $\bar{\mathfrak{x}}_\mu(t)$ der vorgegebenen materiellen Punkte in bezug auf dieses Beschreibungssystem I den vorgegebenen Differentialgleichungen genügen, dann geben uns diese Differentialgleichungen ein zulässiges Beschreibungsgesetz und das zugehörige Beschreibungssystem I ein zulässiges Beschreibungssystem. Unter der Voraussetzung, daß überhaupt eine eindeutige mathematische Beschreibung möglich ist, müssen sich die verschiedenen zulässigen Beschreibungssysteme durch eine Transformation $[\mathfrak{x}_0'(t);\ \alpha'(t),\ \beta'(t),\ \gamma'(t);\ t'(t)]$ ineinander überführen lassen. Wir bezeichnen als physikalisches Gesetz (nicht etwa im Sinne eines Naturgesetzes der modernen Physik verstanden, sondern nur in dem einer formalen Beschreibung im Euklidischen Raum) ein solches zulässiges Beschreibungsgesetz, das unter allen möglichen die einfachste Form hat. Das zu diesem einfachsten Beschreibungsgesetz gehörende Beschreibungssystem I definieren wir als Inertialsystem. In kurzer Ausdrucksweise: Als Inertialsystem definieren wir das Beschreibungssystem, in dem wir die Bewegungen des abgeschlossenen Systems der materiellen Punkte in einfachster Weise darstellen können. Alle solche Beschreibungssysteme, die in bezug auf I durch eine Transformation $[\mathfrak{x}_0'(t);\ \alpha'(t),\ \beta'(t),\ \gamma'(t);\ t'(t)]$ gegeben sind, für die das System der Differentialgleichungen ein

invariantes System ist, sind in dem gleichen Sinne Inertialsysteme.

Die Bezeichnung Inertialsystem wird hier im übertragenen Sinne und nicht im ursprünglichen Sinne gebraucht. Darin bedeutet Inertialsystem bekanntlich das Koordinatensystem, in dem die Newtonsche Mechanik gilt bzw. in dem die kräftefreie Bewegung geradlinig verläuft.

2. Die Inertialsysteme der Astronomie. Auf Grund der Ausführungen im ersten Teil dieses Abschnittes haben wir als das Inertialsystem der Astronomie das zu definieren, in dem sich die Gesamtheit der Bewegungsvorgänge aller Himmelskörper in einfachster Weise beschreiben läßt. Diese Definition hat nur theoretische Bedeutung. Für die praktische Auswertung können wir als Systeme materieller Punkte nur gewisse in passender Weise ausgewählte Teilsysteme der Definition zugrundelegen, die die Forderung der Abgeschlossenheit nur in genäherter Weise erfüllen können. Wir werden dann unter Beachtung der beschränkten Beobachtungsgenauigkeit als Inertialsystem folgendes festsetzen: Unter einem Inertialsystem verstehen wir ein solches Beschreibungssystem I, in dem wir die Bewegungen eines in vernünftiger Weise ausgewählten Teilsystems von Himmelskörpern innerhalb einer durch die Beobachtungsgenauigkeit vorgegebenen Genauigkeitsgrenze in einfachster Weise darstellen können, und zwar soweit die die Dynamik beeinflussenden Faktoren bekannt sind. Ein Inertialsystem ist also in der Weise, wie wir es realisieren können, bestimmt durch die Vorgabe eines in passender Weise ausgewählten Systems von Himmelskörpern, einer Genauigkeitsgrenze für die Darstellung und durch die Forderung einer möglichst einfachen Beschreibung unter Beachtung dessen, daß die die Darstellung beeinflussenden Faktoren nur bis zu einem gewissen Grade bekannt zu sein brauchen. In dieser Festsetzung liegt grundsätzlich die Berechtigung und die Notwendigkeit, zwischen verschiedenen realisierbaren Inertialsystemen zu unterscheiden, indem nämlich einerseits verschiedene Punktsysteme zugrunde gelegt werden, andererseits verschiedene Genauigkeitsgrade für die Darstellung gefordert sein können und überdies diese beiden Umstände auch verschiedene physikalische Gesetze bedingen könnten, d. h. verschiedene Näherungsgesetze an ein und dasselbe theoretische physikalische Gesetz (in dem Sinne verstanden wie in Abschnitt 2,1 angegeben). Die verschiedenen realisierbaren Inertialsysteme sind als Näherungssysteme eines und desselben theoretischen Inertialsystems in der oben angegebenenBedeutung anzusehen. Ob aber zwei verschiedene Inertialsysteme notwendigerweise den gleichen Grad der Näherung ergeben und demgemäß übereinstimmen müssen, darf a priori nicht angenommen werden, da sie ja verschieden definiert sind. (Es sei bemerkt, der Grad der Näherung darf keineswegs gleich der Anzahl der errechneten Stellen der Transformationsgrößen gesetzt werden.) Ob innerhalb einer vorgegebenen Genauigkeitsgrenze eine Übereinstimmung zwischen zwei verschiedenen Inertialsystemen besteht, kann eben nur die Erfahrung zeigen. Demgemäß darf ein aus einem Teilsystem von Himmelskörpern bestimmtes Inertialsystem nicht ohne weiteres zur Beschreibung der Bewegungsvorgänge eines anderen Systems verwendet werden, wenn wir überhaupt die Beschreibung im Inertialsystem, d. h. eine »physikalische« Darstellung, vornehmen wollen.

In der Astronomie haben wir zwei »Systeme materieller Punkte«, die in Verbindung mit einem mechanischen Gesetz zur Festlegung eines Inertialsystems dienen, das Planetensystem und die Gesamtheit der beobachteten Fixsterne. Demgemäß werden wir im folgenden von einem Inertialsystem der Planetenastronomie I_1 und einem Inertialsystem der Stellarastronomie I_2 sprechen. Die Unterscheidung zwischen diesen beiden Inertialsystemen und die daraus gezogene Folgerung, daß das Inertialsystem der Planetenastronomie nicht ohne weiteres als Inertialsystem für das Sternsystem genommen werden darf, ist eine der hauptsächlichsten Grundlagen der nachfolgenden Überlegungen.

Wie später noch besprochen wird, sprechen nach unserem heutigen Standpunkt die bisherigen Untersuchungen gegen eine Gleichsetzung der beiden Inertialsysteme als realisierbare Beschreibungssysteme. Aus diesem Grunde und eben den Gründen, die in der Definition der realisierbaren Inertialsysteme liegen, müssen wir die Festlegung des Inertialsystems der Stellarastronomie unabhängig von dem der Planetenastronomie zu erzielen suchen. Das Inertialsystem der Planetenastronomie wird dabei natürlich in berechtigter Weise als Näherungssystem für das Inertialsystem der Stellarastronomie zu benutzen sein.

3. Das Inertialsystem der Planetenastronomie. Für das Planetensystem erweist sich als mechanisches Beschreibungsgesetz, wie schon gesagt, das *Newton*sche Gravitationsgesetz in weitgehendem Maße als ausreichend. Das mechanische Inertialsystem der Planetenastronomie I_1 ist bestimmt durch eine Transformation

$$[\mathfrak{x}^0_{BI}(T);\ \alpha_{BI}(T),\ \beta_{BI}(T),\ \gamma_{BI}(T);\ t(T)]$$

die uns die Lage von I_1 gegen ein realisierbares Beschreibungssystem B gibt. Als solches wird das geozentrische äquatoriale Beschreibungssystem genommen. Dann ist $-\mathfrak{x}^0_{BI}(T)=+\mathfrak{x}^0_{IB}(t)$ der Radiusvektor vom Ursprung des Inertialsystems I_1, als den wir den Schwerpunkt des Sonnensystems nehmen können, zum Erdmittelpunkt. Ferner ist $-\gamma_{BI}(T)=\alpha_{IB}(t)$, $-\beta_{BI}(T)=\beta_{IB}(t)$ der aufsteigende Knoten und die Neigung des (momentanen) Erdäquators in bezug auf die (x,y)-Ebene von I_1, $-\alpha_{BI}(T)=\gamma_{IB}(t)$ der Abstand der empirischen Nullrichtung im (momentanen) Äquator vom Knoten. Durch die Transformation $[\mathfrak{x}^0_{IB}(t);\ \alpha_{IB}(t),\ \beta_{IB}(t),\ \gamma_{IB}(t);\ T(t)]$ ist das Beschreibungssystem B zu jedem Zeitpunkt gegen das Inertialsystem I_1 festgelegt. Indem wir die Lage von B gegen I_1 im Zeitpunkt t meinen, sprechen wir von dem äquatorialen Beschreibungssystem zur Epoche t, insbesondere vom momentanen äquatorialen System B, wenn es sich um den Beobachtungszeitpunkt handelt.

Als »realisierbare« Nullrichtung in B können wir anstatt der empirischen eine solche nehmen, deren Abstand von der empirischen Nullrichtung zu jedem Zeitpunkt t bekannt ist, d. h. zahlenmäßig vorgegeben ist. Man nimmt bekanntlich dafür den durch die mechanische Theorie (eventuell genähert) festgelegten Frühlingspunkt zur Zeit t an.

Da die *Newton*schen Gleichungen in bezug auf eine konstante Drehung und Translation bei ungeänderter Zeitskala invariant sind, können wir als Koordinatensystem von I_1 irgendein Koordinatensystem zu einem fest vorgegebenen Zeitpunkt t_0 nehmen. Das ist in der Astronomie bis auf die

Festlegung des Ursprungs das Koordinatensystem Ekliptik – Frühlingspunkt einer Normalepoche t_0, z. B. 1850.0. Bekanntlich stellen sich die Größen $\alpha_{IB}=\alpha$, $\beta_{IB}=\beta$, $\gamma_{IB}=\gamma$ als Reihenentwicklungen dar, deren säkulare Glieder als Präzessionsglieder und deren periodische Glieder als Nutationsglieder bezeichnet werden. Insbesondere heißen die säkularen Glieder von α die lunisolare Präzession, von β die lunisolare Schiefe und von γ die Präzession durch die Planeten, und zwar sind in unserer Bezeichnung β und α die negativen Beträge dieser Größen. Wir schreiben im folgenden für α, β, γ: ψ, ϵ, a, und zwar ist nach der Bezeichnung des Berliner Jahrbuchs:

$$\psi=-(\psi_1);\ \epsilon=-(\epsilon_1);\ a=(a).$$

Die Präzessionsglieder legen uns bekanntlich das mittlere, die Präzessions- und Nutationsglieder das wahre momentane äquatoriale Koordinatensystem fest.

4. Das gemischte Inertialsystem der Planetenastronomie. Es zeigt sich, daß von den Präzessionsgliedern ψ, ϵ, a nur ϵ und a mit ausreichender Genauigkeit aus einer Bearbeitung des Planetensystems erhalten werden können. ψ, und zwar der Koeffizient von t in der Reihenentwicklung von ψ nach t: $(\mathrm{d}\psi/\mathrm{d}t)_{t=t_0}$, den wir innerhalb der vorliegenden Ausführungen die Präzessionskonstante nennen wollen, kann nur unsicher aus der Theorie der Planeten erhalten werden. Um einen genaueren Wert der Präzessionskonstante zu erhalten, ging man von der Annahme aus, daß das Fixsternsystem keine Drehung gegen das mechanische Inertialsystem der Planetenastronomie zeige, und zwar insbesondere in der Ekliptik zur Zeit t_0. Dann kann die Verbesserung $\Delta\psi$ eines Näherungswertes der Präzessionskonstante als Drehung der Sterne um den Pol der Ekliptik zur Zeit t_0 definiert werden. Wir können das auch so ausdrücken: Wir definieren als empirisches Inertialsystem $\bar{I}$ das Beschreibungssystem, in dem die Sterne keine Drehung (bzw. »mittlere« Drehung) zeigen. (Die Bezeichnung »empirisches System« ist nicht ganz im Sinne *Andings* gebraucht, sondern so, wie sie *Bauschinger* festlegt.) Wir führen an Stelle des nicht vollständig aus der Theorie festzulegenden Inertialsystems der Planetenastronomie I_1 das gemischte Inertialsystem $\bar{I}_1$ ein, das bis auf die Drehungskomponente ψ mechanisch festgelegt ist und in ψ mit dem empirischen Inertialsystem übereinstimmt. (Es ist hierbei die erfahrungsgemäß als berechtigt anzusehende Voraussetzung gemacht, daß sich I_1 und $\bar{I}$ nur um Glieder der Form $\Delta\psi\cdot t$, $\Delta\epsilon\cdot t$, $\Delta a\cdot t$ unterscheiden.)

In Wirklichkeit hat man nicht immer diese Forderung bei der Ableitung einer Verbesserung der Präzessionskonstante erfüllt. Das wird in Abschnitt 5 noch besprochen werden. In der Bestimmung einer stellarstatistischen Präzessionskonstante kommt insofern eine Unsicherheit hinein, als die Eigenbewegungen nicht regellos verteilt sind, sondern systematische Bewegungen aufweisen. Wir dürfen deswegen nur von einer »mittleren« Drehung sprechen, die überdies von der Sternauswahl abhängt.

Der Wert der Präzessionskonstante, der sich direkt aus der Theorie der Planeten ableiten läßt, also die eigentliche mechanische Präzessionskonstante, ist mit ihrem mittleren Fehler von *Anding* und *Seeliger* in den hier zur Sprache stehenden Arbeiten bestimmt worden. Die mechanische Präzessionskonstante unterscheidet sich gegen die stellarstatistische *Newcomb*sche Präzessionskonstante nach *Anding* um $+7''.3\pm2''.3$, nach *Seeliger* um $+7''.50\pm2''.30$, während die verschiedenen stellarstatistischen Präzessionskonstanten im allgemeinen um nicht mehr als $1''$ für ein Jahrhundert auseinandergehen. Gegen die Existenz einer Differenz zwischen den beiden Arten der Präzessionskonstanten kann an und für sich schon wegen der Existenz der systematischen Bewegungen nichts eingewendet werden. Es fragt sich nur, ob eine so große Differenz statthaft ist. *Bauschinger* hat in der angegebenen Arbeit versucht, mit Hilfe der *Einstein*schen Relativitätstheorie, d. h. durch Einführung der Zusatzperihelbewegungen, zu einer Klärung der Frage zu kommen. Es zeigt sich, daß sich die Differenz auf rund $1''$ für ein Jahrhundert herabdrücken läßt. Doch ist die Frage noch nicht als abgeschlossen zu betrachten.

Die strenge Forderung, die wir an ein Inertialsystem der Planetenastronomie zu stellen haben, wird natürlich durch das gemischte System nicht erfüllt. Dieses stellt nur ein Näherungssystem dar, das sich allerdings in weitgehendem Maße als ausreichend erweist.

3. Über das Inertialsystem der Stellarastronomie.

1. Der Zusammenhang zwischen dem Inertialsystem der Stellarastronomie I_2 und dem der Planetenastronomie I_1. Das mechanische Inertialsystem der Stellarastronomie wird durch dynamisch zu begründende statistische Beziehungen festgelegt.

Wie die Erfahrung zeigt, können wir das mechanische Inertialsystem der Planetenastronomie I_1 (bzw. $\bar{I}_1$ oder auch ein diesem genähertes Beschreibungssystem I) als Näherungssystem für das mechanische Inertialsystem der Stellarastronomie annehmen.

Wir stellen im folgenden die Beziehungen auf, die I_2 mit I_1 bzw. dem sonst benutzten Näherungssystem I verbinden.

Die Gleichförmigkeit der Geschwindigkeiten der beobachteten Sterne in bezug auf die Sonne und damit auch aufeinander bezogen innerhalb des Zeitraumes, der unserer Erfahrung zugänglich ist, berechtigt uns, einen solchen Punkt als Urpsrung von I_2 anzunehmen, der sich mit der Geschwindigkeit der Sonne oder der mittleren Geschwindigkeit einer Sterngruppe G' in bezug auf die Sonne bewegt, und auch von einer Transformation der Zeitskala abzusehen. Es ist zu beachten, daß die Geschwindigkeiten dabei in dem Koordinatensystem von I_2 anzugeben sind. Die Transformation, die das Inertialsystem der Stellarastronomie I_2 gegen I_1 (bzw. $\bar{I}_1$) festlegt, kann also nach unseren Überlegungen in der Form geschrieben werden:

$$[\mathfrak{B}_0'\cdot t;\ \alpha_{12}(t),\ \beta_{12}(t),\ \gamma_{12}(t);\ t].$$

Dabei definieren wir insbesondere den Ursprung von I_2 durch die mittlere Geschwindigkeit der Sterngruppe G': $\mathfrak{B}_0'=1/n\cdot\Sigma\mathfrak{v}_\mu^*$; $\mathfrak{v}_\mu^*$ seien die Sterngeschwindigkeiten in bezug auf die Sonne, und zwar gemessen in einem Koordinatensystem, dessen Richtungen mit denen von I_2 zusammenfallen.

Die Drehung $[\alpha_{12}(t),\ \beta_{12}(t),\ \gamma_{12}(t)]$ können wir als Korrektionsgröße wie eine infinitesimale Drehung behandeln, also als liniengebundenen Vektor $\Delta\mathfrak{p}(t)$ darstellen. Wir betrachten insbesondere die Komponenten von $\Delta\mathfrak{p}(t)$ längs der drei Achsen, bestimmt durch Pol der Ekliptik zur Normalepoche t_0,

Pol des mittleren Äquators zur Zeit t und aufsteigenden Knoten des mittleren Äquators t in bezug auf die Ekliptik t_0. Diese Größen geben uns dann die Korrektionen der Präzessionsgrößen ψ, ϵ, a. Da die Eigenbewegungen linear sind, können wir diese »Verbesserungen« von ψ, ϵ, a als Verbesserungen nur der Glieder der ersten Ordnung in der Potenzreihenentwicklung von t ansehen. Das Koordinatensystem von I_2 ist also bis auf die Translation $\mathfrak{B}_0'$ bestimmt durch die Drehung, die durch die Größen $\Delta\psi \cdot t$, $\Delta\epsilon \cdot t$, $\Delta a \cdot t$ gegeben ist. Dabei bedeuten $\Delta\psi$, $\Delta\epsilon$, Δa die konstanten Verbesserungen der Präzessionsgrößen für die Zeiteinheit. (In der Konstanz von $\Delta\mathfrak{p}$ liegt der Grund, daß wir zu seiner Bestimmung Eigenbewegungen benutzen können, die unter Benutzung beliebiger Epochendifferenzen bestimmt sind.)

2. Ansatz für die Bestimmung von I_2. Es sei irgend eine Gruppe von Sternen G gegeben, die nicht etwa mit G' zusammenzufallen braucht. Die Sterngeschwindigkeiten $\mathfrak{q}_\mu$ in bezug auf I_2 sind gegeben durch:

$$\mathfrak{q}_\mu = \mathfrak{v}_\mu - \mathfrak{B}_0' - (\Delta\mathfrak{p} \cdot \mathfrak{r}_\mu).$$

$\mathfrak{v}_\mu$ seien dabei, die in dem zugrundegelegten Näherungssystem gemessenen Geschwindigkeiten, und zwar in bezug auf die Sonne. Das sind bei n beobachteten Sternen $3n$ Gleichungen mit den $3n+6$ Unbekannten $\mathfrak{q}_\mu$, $\mathfrak{B}_0'$, $\Delta\mathfrak{p}$. Das Inertialsystem I_2 ist also bestimmt, wenn wir 6 weitere Beziehungen angeben können, die unter sich und von den vorgegebenen Gleichungen unabhängig sind. Die Definition von $\mathfrak{B}_0'$ liefert uns 3 Beziehungen. Die 3 weiteren Beziehungen sind uns direkt durch die Tatsache gegeben, daß I und I_2 nach Abzug der Translation durch eine Drehung ineinander übergeführt werden können. Denn im Falle $I_1 \equiv I_2$ müßte gelten: Nach Abzug der gesetzmäßigen Bewegungen $\mathfrak{s}$, d. h. der systematischen Bewegungen, sind die Mittelwerte der Pekuliarbewegungen $\mathfrak{q}_\mu' = \mathfrak{q}_\mu - \mathfrak{s}$ an jeder Stelle null. Sind aber Restglieder (abgesehen von einer gemeinsamen Geschwindigkeit) vorhanden, so treten sie notwendig in der Form einer Drehung auf, und diese Drehung gibt uns das gesuchte $\Delta\mathfrak{p}$. Dabei können insofern Schwierigkeiten auftreten und die Festlegung von I_2 in dieser Weise illusorisch werden, als die systematischen Bewegungen eine reelle Drehungskomponente aufweisen bzw. vortäuschen können. Deswegen ist eine eingehende Diskussion des momentanen Bewegungszustandes im Sternsystem notwendig, bei der sich zeigen wird, ob die Festlegung eines Inertialsystems der Stellarastronomie überhaupt möglich ist.

Was oben unter systematischen Bewegungen verstanden ist, sei kurz angegeben: Die systematischen Bewegungen sind die mittleren Bewegungen der verschiedenen Sterngruppen an einer Stelle. Das, was nach Abzug dieser mittleren Bewegungen übrig bleibt, braucht dabei noch nicht die Forderung der Regellosigkeit zu erfüllen: An jeder Stelle des Raumes ist die Geschwindigkeitsverteilung kugelförmig mit einer vom Orte unabhängigen Streuung.

Bei einer Sterngruppe, die gleichmäßig im Raum um die Sonne verteilt ist, kann die mittlere Geschwindigkeit $\mathfrak{B}_0 = \frac{\Sigma \mathfrak{v}_\mu^*}{n}$ ohne Kenntnis von $\Delta\mathfrak{p}$ berechnet werden, indem wir $\Sigma\mathfrak{r}_\mu = 0$ setzen können.

$$0 = \frac{\Sigma\mathfrak{v}_\mu}{n} - \mathfrak{B}_0 - \Sigma(\Delta\mathfrak{p} \cdot \mathfrak{r}_\mu)$$

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{\Sigma\mathfrak{v}_\mu}{n}.$$

Als Sterngruppe G' denken wir uns deshalb eine solche Gruppe, für die die Raumgeschwindigkeiten $\mathfrak{v}_\mu$ vollständig beobachtet sind und die die Bedingung $\Sigma\mathfrak{r}_\mu = 0$ erfüllt. Dann kann $\mathfrak{B}_0'$ als bekannt angenommen werden, und wir haben es im folgenden mit der »Verbesserung« von ψ, ϵ, a allein zu tun.

3. Über die Möglichkeit der Festlegung von I_2. Die Untersuchungen über den Aufbau des Sternsystems haben zu folgender allgemein als gültig angesehenen Annahme geführt: Die gesetzmäßigen Bewegungen im Sternsystem gehen in einer Ebene, der Milchstraßenebene, vor sich, wenigstens soweit es sich um die Drehungskomponente handelt. Wir bezeichnen die Drehungskomponente der systematischen Bewegung mit $\Delta\mathfrak{g}$. Die Gesamtdrehung $\Delta\mathfrak{p}'$ der Geschwindigkeiten $\mathfrak{v}_\mu$ in I ist mithin

$$\Delta\mathfrak{p}' = \Delta\mathfrak{p} + \Delta\mathfrak{g}.$$

Dabei sind die Komponenten von $\Delta\mathfrak{p}'$ in der Milchstraßenebene gleich denen von $\Delta\mathfrak{p}$. Mithin kann das Inertialsystem I_2 in diesen beiden Komponenten aus den Eigenbewegungen unabhängig von der systematischen Drehung $\Delta\mathfrak{g}$ festgelegt werden. Die dritte Komponente tritt nur mit der aus den systematischen Bewegungen resultierenden Drehung $\Delta\mathfrak{g}$ auf und kann daher allein aus einer Diskussion der Eigenbewegungen nicht bestimmt werden. Das Inertialsystem I_2 kann also, wenn wir die Annahme einer ausgezeichneten Ebene für die systematischen Bewegungen als richtig annehmen, nur bis auf eine Drehung in der Milchstraßenebene festgelegt werden. Es sei besonders hervorgehoben, daß die Untersuchungen weit entfernter Sterne keineswegs diese Schwierigkeit beheben kann; man denke an den *Oort*schen Ansatz der Rotation. Daß tatsächlich eine Bestimmung der beiden in der Milchstraßenebene liegenden Komponenten von $\Delta\mathfrak{p}$ ohne Beeinträchtigung auch durch die systematischen Glieder, die nicht in der Form einer Drehung auftreten, möglich ist, werden wir in Abschnitt **3**,5 besprechen. Der erste, der dieses für die Verbesserung der Präzession erkannte und auch benutzte, war *Oort*[5b]). Aus welchem Grunde *Oort* scheinbar zu einer vollständigen Festlegung von I_2 im Gegensatz zu unseren Untersuchungen kommt, werden wir im nächsten Teil dieses Abschnittes sehen und auch noch im Abschnitt **5** besprechen.

4. Der Unterschied zwischen I_1 und I_2 in der Erfahrung. Die Tatsache, daß die Existenz der systematischen Bewegungen die Festlegung eines einwandfreien Inertialsystems vollständig in Frage stellen kann, ist seit der Erkenntnis der systematischen Bewegungen beachtet worden. Es sei da insbesondere auf eine Arbeit von *L. Struve*[8]) verwiesen, die mit zu den ersten gehört, die bei der Diskussion der Eigenbewegungen die systematischen Glieder in Ansatz zu bringen suchen [»*Schönfeld*scher Ansatz« der galaktischen Rotation[9])]. Vollständige Klarheit bringt als erste die *Seeliger*sche Arbeit[2]). Im § 6 dieser Arbeit diskutiert *Seeliger* eingehend die Grundlagen. Als wesentlicher Unterschied gegen die *Seeliger*schen Untersuchungen tritt in den vorliegenden Ausführungen nur

die prinzipielle Unterscheidung zwischen dem mechanischen Inertialsystem der Planetenastronomie und dem Inertialsystem der Stellarastronomie, sofern es sich um die empirisch festzulegenden Systeme handelt, auf. Das bedingt einen wesentlich anderen Standpunkt für die nachfolgenden Ausführungen, insbesondere auch bei der Untersuchung der verschiedenen zur Verbesserung der Präzessionskonstante benutzten Methoden (Abschnitt 5).

Die Annahme der Identität von I_1 und I_2 (in allen drei Drehungskomponenten oder wenigstens in den Komponenten ϵ und ψ) ist auch der Grund, warum *L. Struve* und alle anderen hierher gehörenden Bearbeiter, sowie *Oort* und seine Nachfolger im Widerspruch zu unseren Überlegungen zu einer vollständigen Festlegung des Inertialsystems kommen. Über die Gründe, warum wir uns nicht an die Annahme $I_1 \equiv I_2$ im eben angegebenen Sinne halten können, haben wir schon in Abschnitt **2**, 2 eingehend gesprochen. Ob eine Identität im Sinne einer ausreichend genäherten Übereinstimmung möglich ist, kann, wie schon gesagt, nur die Erfahrung lehren. Wir beachten dazu: I_1 ist in den Komponenten ϵ, a mit weitgehender Genauigkeit aus der Theorie der Planeten festgelegt. Die Drehung des Sternsystems in einem Näherungssystem I, das nur in der Lunisolarpräzession von I_1 verschieden ist, ist bei der Annahme $I_1 \equiv I_2$ zusammengesetzt aus der Drehung $\Delta\psi$ um den Pol der Ekliptik t_0 und der mittleren Drehung $\Delta\mathfrak{g}$ der systematischen Bewegungen um den Pol der Milchstraße. Unter der Annahme der Milchstraßenebene als Vorzugsebene der systematischen Bewegungen müßte die Achse dieser Drehung notwendigerweise in der Ebene liegen, die durch Pol der Ekliptik t_0, galaktischen Pol und Ursprung bestimmt ist. Das ist erfahrungsgemäß nicht erfüllt, wie die bisherigen Bestimmungen zeigen [siehe insbesondere in der Arbeit von *Oort*[5b]) Tabelle 5 und Figur 2]. Denn außer der galaktischen Drehung Δl und der Verbesserung der Präzessionskonstante $\Delta\psi$ muß eine »Verbesserung des Äquinox« eingeführt werden, um eine widerspruchsfreie Bestimmung von $\Delta\psi$ auf den verschiedenen möglichen Wegen zu erhalten. Für die Einführung einer Verbesserung des Äquinox kann ein stichhaltiger Grund nicht angegeben werden, wie *Bauschinger* in seinem Enzyklopädieartikel[10]) vermerkt. Sie ist nur aus praktischen Gründen eingeführt worden, um eine widerspruchsfreie Bestimmung von $\Delta\psi$ zu ermöglichen, allerdings vorerst bei den Bestimmungen, die ein »Δm« und ein »Δn« ohne Berücksichtigung der systematischen Bewegungen zu erhalten suchen. An und für sich hätte die Einführung einer systematischen Rotation in der Milchstraße den Widerspruch auch beheben können. Daß das nicht der Fall ist, beweist in eindeutiger Weise eben die *Oort*sche Untersuchung. Da nun die Annahme $I_1 \equiv I_2$ nach den bisherigen Untersuchungen auf Widerspruch mit der Erfahrung stößt, besteht auch keinerlei Berechtigung, die Identität in der dritten Komponente ϵ aufrecht zu erhalten.

5. Praktische Ausführung der Bestimmung. Die Gleichungen, die wir zur Bestimmung von $\Delta\mathfrak{p}$ gebrauchen, erhalten wir in galaktischen Koordinaten zur Normalepoche t_0 aus:

$$\begin{aligned} r\,\Delta l\cos b &= -\sin l\,\Delta x + \cos l\,\Delta y \\ r\,\Delta b &= -\sin b\cos l\,\Delta x - \sin l\sin b\,\Delta y + \cos b\,\Delta z \\ \Delta r &= +\cos l\cos b\,\Delta x + \sin l\cos b\,\Delta y + \sin b\,\Delta z \end{aligned} \qquad \text{(I)}$$

indem wir nach Abschnitt **3**, 2 für $\mathfrak{v}_\mu$ ansetzen:

$$\mathfrak{v}_\mu = (\Delta\mathfrak{p}\cdot\mathfrak{r}_\mu) + \mathfrak{B}_0 + \mathfrak{s} + \mathfrak{q}_\mu' \quad (\mathfrak{q}_\mu' = \mathfrak{q}_\mu - \mathfrak{s}). \qquad \text{(II)}$$

$\mathfrak{B}_0$ soll hier und im folgenden nicht die schon als festgelegt angenommene Geschwindigkeit des Ursprungs von I_2 in bezug auf die Sonne bedeuten, sondern die mittlere Geschwindigkeit der zur Diskussion gestellten Sterngruppe. $\mathfrak{B}_0$ tritt hier als ein Teil der systematischen Glieder auf. $\mathfrak{s}$ stellt die systematischen Bewegungen dar und hängt vom Orte des betrachteten Sternes und eventuell von seiner Gruppenzugehörigkeit ab. Fassen wir die Sterne eines Ortes und einer Gruppe zusammen, so können wir, wenn $\mathfrak{v}$ die mittlere Geschwindigkeit ist, schreiben:

$$\mathfrak{v} = (\Delta\mathfrak{p}\cdot\mathfrak{r}) + \mathfrak{B}_0 + \mathfrak{s} + \frac{\Sigma\,\mathfrak{q}_\mu'}{n}.$$

Dabei wird $\frac{\Sigma\,\mathfrak{q}_\mu'}{n} = \Delta\mathfrak{s}$ genügend klein, wenn wir genügend viel Sterne zur Verfügung haben. $\Delta\mathfrak{s}$ hat den Charakter eines zufälligen Fehlers. Dasselbe werden wir für das Mittel der Größen $\Delta\mathfrak{s}/r$ längs vorgegebener Richtung annehmen.

Durch Einsetzen der Komponenten von $\mathfrak{v}$ in (I) erhalten wir unter Beachtung, daß die Komponenten von $(\Delta\mathfrak{p}\cdot\mathfrak{r})$: $g_2 z - g_3 y$, $g_3 x - g_1 z$, $g_1 y - g_2 x$ sind, und durch Mittelung über alle Sterne längs vorgegebener Richtung:

$$\begin{aligned} \Delta l\cos b = {} & -g_1\cos l\sin b - g_2\sin l\sin b + g_3\cos b + \\ & -\overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0x}}{r}\right)}\sin l + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0y}}{r}\right)}\cos l - \overline{\left(\frac{\mathfrak{s}_x}{r}\right)}\sin l + \overline{\left(\frac{\mathfrak{s}_y}{r}\right)}\cos l \\ \Delta b = {} & +g_1\sin l - g_2\cos l - \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0x}}{r}\right)}\cos l\sin b - \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0y}}{r}\right)}\sin l\sin b + \\ & -\overline{\left(\frac{\mathfrak{s}_x}{r}\right)}\cos l\sin b - \overline{\left(\frac{\mathfrak{s}_y}{r}\right)}\sin l\sin b + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0z}}{r}\right)}\cos b + \\ & +\overline{\left(\frac{\mathfrak{s}_z}{r}\right)}\cos b. \end{aligned} \qquad \text{(III)}$$

Die Formeln (I) und (III) stammen in dieser allgemeinen Form von *Anding* und sind auch in der Arbeit von *Seeliger*[2]) angegeben.

Wir sehen aus ihnen, wenn wir mit *Oort* $\mathfrak{s}_z = 0$ setzen, daß wir von den drei Drehungskomponenten ohne Kenntnis der systematischen Bewegungen nur g_1 und g_2 berechnen können, und zwar aus den Gleichungen Δb für $b = 0$ (kleine b). g_3 und auch g_1, g_2 aus den Gleichungen $\Delta l\cos b$ und Δb für $b > 0$ können ohne Kenntnis der systematischen Bewegungen nur gefälscht errechnet werden, und zwar in einer Weise, die wir ohne Kenntnis der systematischen Bewegungen nicht kontrollieren können. Für g_1 und g_2 können wir in einwandfreier Weise ansetzen:

$$\Delta b_{(b=0)} = +g_1\sin l - g_2\cos l + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0z}}{r}\right)}.$$

Die Ausgleichung ergibt:

$$\begin{aligned} & g_1\,\Sigma(\sin l)^2 - g_2\,\Sigma\sin l\cos l + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0z}}{r}\right)}\Sigma\sin l = \Sigma\,\Delta b\sin l \\ & -g_1\,\Sigma\sin l\cos l + g_2\,\Sigma(\cos l)^2 + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0z}}{r}\right)}\Sigma\cos l = \Sigma\,\Delta b\cos l \\ & g_1\,\Sigma\sin l - g_2\,\Sigma\cos l + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0z}}{r}\right)}n = \Sigma\,\Delta b. \end{aligned}$$

Indem wir annehmen, daß die mit gleichem Gewicht bedachten »mittleren« Sterne gleichmäßig in Länge verteilt sind, erhalten wir:

$$g_1 \Sigma(\sin l)^2 = \Sigma \Delta b \sin l \qquad g_2 \Sigma(\cos l)^2 = \Sigma \Delta b \cos l.$$

Das ist der Weg, den, wie schon gesagt, *Oort*[5b]) in seiner Bestimmung gegangen ist — mit dem Unterschied, daß für die beiden Drehungskomponenten g_1, g_2 bei ihm $\Delta\psi$ und Δa unter der Annahme $\Delta\epsilon = 0$ eingeführt werden.

Alle Untersuchungen, die ohne Kenntnis bzw. unter mangelhafter Kenntnis der systematischen Bewegungen das Inertialsystem der Stellarastronomie vollständig festlegen wollen, können nur ein diesem genähertes Koordinatensystem bestimmen, das durch das angewandte Bestimmungsverfahren und die zur Berechnung benutzte Sterngruppe definiert ist. Auf solche Weise festgelegte Koordinatensysteme kommen dem verlangten Inertialsystem im Prinzip nicht näher als das zugrunde gelegte Näherungssystem I ($\bar{I}_1$) selbst und können demgemäß nicht als verbesserte Systeme angesehen werden. Denn erfahrungsgemäß unterscheidet sich das gesuchte I_2 von dem als Näherungssystem benutzten $\bar{I}_1$ um Beträge, die von der Größenordnung der systematischen Bewegungen sind. (Dabei ist stillschweigend angenommen: die in I_2 auftretenden systematischen Bewegungen sind durchweg von der Größenordnung, wie wir sie aus den Radialgeschwindigkeiten oder aus den Gliedern in den Eigenbewegungen erschließen können, die unabhängig von einer Drehung sind. Die Berechtigung für unsere oben gemachte Aussage liegt dann darin, daß erfahrungsgemäß die in $\bar{I}_1$ beobachteten systematischen Glieder von der Größenordnung sind, wie sie aus den systematischen Gliedern in den Eigenbewegungen, die unabhängig von einer Drehung sind, oder aus den Radialgeschwindigkeiten folgen.) Demnach haben die Fehler, mit denen die Größe $\Delta\mathfrak{p}$ bei einer Bestimmung ohne ausreichende Berücksichtigung der systematischen Bewegungen behaftet ist, die Größenordnung der zu bestimmenden Größe selbst.

4. Zur *Lindblad-Oort*schen Theorie der galaktischen Rotation.

1. Die *Oort*schen Formeln. Wir haben gesehen, daß wir das Inertialsystem der Stellarastronomie nur in 2 Komponenten festlegen können, und zwar gestützt auf die Annahme: Die systematischen Bewegungen, wenigstens soweit es sich um eine Drehungskomponente handelt, gehen in der Milchstraßenebene vor sich. Über die dritte Drehungskomponente können wir aus einer Diskussion der Eigenbewegungen allein nichts aussagen. Die einzige Möglichkeit, hier irgendwie weiterzukommen, kann überhaupt nur durch eine Theorie des Sternsystems gegeben werden, in dem daraus eine Möglichkeit für die Festlegung folgen kann.

Wir gehen im folgenden auf die Theorie ein, die bisher in umfassendster Weise die beobachteten Gesetzmäßigkeiten zu erklären sucht. Das ist die Theorie der galaktischen Rotation von *Lindblad* und *Oort*.

Die *Oort*schen Formeln lauten in galaktischen Komponenten:

$$\Delta l \cos b = A \cos 2(l - l_0) \cos b + B \cos b$$
$$\Delta b = A \sin 2(l - l_0) \cos b \sin b$$
$$r' = A\, r \sin 2(l - l_0) \cos^2 b.$$

Dabei gilt

$$A = \tfrac{1}{2}\left(\frac{dV}{dR} + \frac{V}{R}\right) \text{km} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{parsec}^{-1}$$
$$B = \tfrac{1}{2}\left(\frac{dV}{dR} - \frac{V}{R}\right) \text{km} \cdot \text{sec}^{-1} \cdot \text{parsec}^{-1}$$

(V denken wir uns in [km sec^{-1}] und R in [parsec] gegeben.) Daraus folgt:

$$V/R = A - B \qquad dV/dR = A + B.$$

Dabei kann man für dV/dR wegen $K = V^2/R$ ansetzen:

$$\frac{dV}{dR} = \tfrac{1}{4}\frac{V}{R}\left(1 - \frac{R^2}{V^2} \cdot \frac{dK}{dR}\right).$$

Durch diese Beziehungen sind uns zwei der drei Größen V, R, dK/dR bei bekanntem A und B gegeben, wenn eine von ihnen als bekannt angenommen wird, und zwar wird im allgemeinen V vorgegeben, erschlossen aus der Relativgeschwindigkeit der Kugelsternhaufen. Aus $K = V^2/R$ erhalten wir dann K und können aus der oben angegebenen Beziehung dV/dR ermitteln. Die Bezeichnungen sind wie bei *Oort*[5a,b]) gewählt.

2. Festlegung des Inertialsystems der Stellarastronomie und Theorie des Sternsystems. Die Größe A läßt sich allein aus den Radialgeschwindigkeiten bestimmen. Die Konstante B kann dagegen unter Zuhilfenahme der Eigenbewegungen nur unter Benutzung eines einwandfreien stellarastronomischen Inertialsystems hergeleitet werden. Die Unsicherheit in der Festlegung eines solchen Inertialsystems geht dabei ganz und gar in die Größe B ein, indem nämlich aus den Eigenbewegungen nur $B + g_3$ hergeleitet werden kann. Irgendwelchen mit Hilfe der aus den Eigenbewegungen bestimmten Größe B errechneten Resultaten darf von vornherein kein Zutrauen geschenkt werden, abgesehen von der Unsicherheit, die durch die Unzulänglichkeit des benutzten Beobachtungsmaterials gegeben ist. Die *Lindblad*sche Theorie gibt uns aber die Möglichkeit, aus den Radialgeschwindigkeiten allein, also unabhängig von der Festlegung des Inertialsystems in theoretisch begründeter Weise die Konstante B zu bestimmen, und zwar aus der *Lindblad*schen Beziehung:

$$A = \frac{V}{R}\left[1 - \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)^2\right]; \qquad \frac{V}{R} = A - B.$$

Dabei ist σ_2/σ_1 das Verhältnis der Achsen des Geschwindigkeitsellipsoids, die in der Milchstraßenebene liegen. Bei bekannten A und σ_2/σ_1, die ja aus den Radialgeschwindigkeiten allein gewonnen werden können, kann also B festgelegt werden. Indem $B + g_3$ aus den Eigenbewegungen bestimmt werden kann, erhalten wir auch g_3. Damit wäre also innerhalb der *Lindblad*schen Theorie die Grundlage für eine vollständige Festlegung von I_2 gegeben, abgesehen von der Unzulänglichkeit der Beobachtungsdaten. Wir geben als Bestimmungen von B, die auf diese Weise gewonnen sind, an:

Lindblad[7]): $B = -0.027$ km·sec^{-1}·parsec^{-1}
Oort[6]): $B = -0.011$ km·sec^{-1}·parsec^{-1}.

Wir können auch bei Kenntnis von A, unabhängig von der eben angegebenen Methode, wenn auch nur in weiten Grenzen, etwas über die Möglichkeit bzw. Unmöglichkeit eines zur Berechnung von B benutzten Inertialsystems aus-

sagen, wenn wir die Möglichkeit der physikalischen Folgerungen untersuchen. Wir beziehen uns dabei auf den speziellen Kraftansatz von *Oort*, nach dem die Gesamtkraft aus der Gravitationswirkung einer homogenen Massenverteilung und der einer zentralen Verdichtung resultiert.

$$K = c_1/R^2 + c_2 R = K_1 + K_2 .$$

Für A und B gelten dann folgende Beziehungen:

$$A = \tfrac{3}{4}\frac{V}{R}\cdot\frac{K_1}{K} \qquad B = -\tfrac{1}{4}\frac{V}{R}\left(\frac{K_1+4K_2}{K}\right).$$

Aus Beobachtungen, die bekanntlich nicht an eine exakte Festlegung des Inertialsystems geknüpft sind, können wir die Rotationsrichtung festlegen (Asymmetrieerscheinung), und zwar entspricht dem *Oort*schen Ansatz die Bedingung:

$$V > 0.$$

Ferner gilt selbstverständlich $K_1/K < 1$, woraus dann direkt folgt: $B < -\frac{1}{3}A$, und da nun A, das allein aus den Radialgeschwindigkeiten folgt, nach allen bisherigen Bestimmungen positiv ist, so muß B notwendigerweise negativ sein.

Das Diagramm 1 (Tafel 1) gibt nun bei vorgegebenem R und V/R die Größe V. Die gezeichneten Kurven sind $R = V/(V/R)$.

Das Diagramm 2 (Tafel 1) gibt zu vorgegebenen Größen A und B die Größen V/R und K_1/K. Die gezeichneten Kurven sind $A - B = V/R$ und $B = A\cdot(K_1/K - \frac{4}{3})\cdot K/K_1$.

Mit Hilfe dieser beiden Diagramme ist es möglich, etwas über die Zulässigkeit eines vorgegebenen B-Wertes bei bekanntem A auszusagen allein aus der Annahme heraus, daß $K_1/K < 1$ ist, bzw. daß das Dichteverhältnis der zentralen Teile zu den Randgebieten vernünftige Werte annimmt und desgleichen V und R innerhalb annehmbarer Grenzen liegen.

Wir beachten dazu folgendes: V kann bekanntlich aus den Radialgeschwindigkeiten der Kugelsternhaufen erschlossen werden. Die bisherigen Annahmen für V kann man in die Grenzen 250 km·sec^{-1} und 400 km·sec^{-1} einschließen. Der Wert von R ist naturgemäß nach unten beschränkt. Wir nehmen in Übereinstimmung mit den allgemeinen Annahmen 6000 parsec für die untere Schranke an. Eine obere Schranke ergibt sich bei vorgegebenem A, wie das Diagramm zeigt, aus der Theorie von selbst. Als entsprechendes V/R nehmen wir +0.055 an. Um etwas über die Größe von K_1/K auszusagen, beachte man, daß K_1/K gleich dem Verhältnis der Masse der zentralen Verdichtung zu der Masse ist, die von der Kreisbahn r_0 eingeschlossen wird; das Verhältnis der mittleren zentralen Dichte ρ_z (d. h. der mittleren Dichte innerhalb der Kreisbahn r_0) zur Randdichte ρ_0 (d. h. Dichte in der Entfernung r_0) kann nun genähert angenommen werden mit:

$$\rho_z/\rho_0 = K/(K - K_1).$$

Zu vorgegebenem K_1/K ist damit das Dichteverhältnis ρ_z/ρ_0 bestimmt. Die Werte ρ_z/ρ_0 sind in dem Diagramm 2 in Klammern neben die Werte von K_1/K gesetzt. Wir werden im folgenden als obere Schranke für das Dichteverhältnis $\rho_z/\rho_0 = 5$ annehmen.

Das markierte Gebiet in Diagramm 2 bezeichnet uns das Gebiet der unter den eben gemachten Annahmen möglichen B-Werte bei vorgegebenem A. (Wie aus dem Diagramm 2 zu ersehen ist, ist eine obere Schranke für A zwangsweise vorgegeben.) Wir geben die allein aus den Radialgeschwindigkeiten bestimmten A-Werte an:

Oort: BAN **4**, Nr. 132: $A = +0.019$ km·sec^{-1}·parsec^{-1}
Plaskett: MN **88**.402: $A = +0.0155$ km·sec^{-1}·parsec^{-1}
Lindblad: MN **90**.512: $A = +0.015$ km·sec^{-1}·parsec^{-1} (bzw. 0.017)

Demgemäß wird dann A mit 0.015 angesetzt werden.

Die Gerade $A + B = 0$ gibt uns die Wertepaare A, B, für die $dV/dR = 0$ ist. Unterhalb der Geraden (+) liegen die Wertepaare, die eine nach dem galaktischen Zentrum hin zunehmende Geschwindigkeit $\mathfrak{B}$, oberhalb (−), die eine zum galaktischen Zentrum hin abnehmende Geschwindigkeit $\mathfrak{B}$ bedingen. Sollte sich irgendwie unabhängig von der Bestimmung von B das Vorzeichen von dV/dR festlegen lassen, so würde das zulässige Gebiet noch weiter eingeschränkt werden. Insbesondere ließe sich im Falle nach innen zunehmender Geschwindigkeit eine genäherte Bestimmung von B bei vorgegebenem A ermöglichen. Es sei bemerkt: die übliche Ansicht geht dahin, eine nach innen zunehmende Geschwindigkeit anzunehmen. Dafür ist aber bisher noch keinerlei ausreichende Begründung angegeben worden.

Die *Oort*schen Resultate[5b]), die auf der Benutzung der Radialgeschwindigkeiten und Eigenbewegungen beruhen, sind in den Diagrammen durch ein Kreuz gekennzeichnet. Wir geben sie überdies hier an:

$$A = +0.019 \qquad B = -0.024$$
$$V/R = +0.043 \qquad K_1/K = 0.59 \qquad V = 272 \qquad R = 6300.$$

Das *Oort*sche B liegt innerhalb des zulässigen Gebietes. Dagegen sind einige andere Resultate für B nach unseren Überlegungen nicht zulässig, indem nämlich B-Werte größer als 0.040 für die bisher erhaltenen A-Werte außerhalb des gekennzeichneten Gebietes liegende V/R- und K_1/K-Werte liefern. Wir geben die betreffenden Werte an:

Veldt: BAN 150 $B = -0.042$ km·sec^{-1}·parsec^{-1}
Holm: Lund Medd. (2) 55 $B = -0.041$ km·sec^{-1}·parsec^{-1}

Dieser letzte Wert ist der zweite der von *Holm* in der angegebenen Arbeit errechneten Werte.

5. Über die stellarstatistischen Methoden zur Verbesserung der Präzessionskonstante.

1. Formulierung der Aufgabe. Wir kommen zur Untersuchung der für die Verbesserung der Präzessionsgrößen benutzten Methoden. Dazu eine Vorbemerkung: Wir haben es in der Astronomie mit vier verschiedenen Inertialsystemen zu tun. Wir stellen sie hier nochmals zusammen:

1) Das mechanische Inertialsystem der Planetenastronomie I_1.

2) Das empirische Inertialsystem $\bar{I}$, definiert durch die Forderung: Die Gesamtheit der Fixsterne zeigt keine Drehung bzw. mittlere Drehung in $\bar{I}$.

3) Das gemischte Inertialsystem der Planetenastronomie $\bar{I}_1$, das in den beiden Drehungskomponenten ϵ, a mit I_1, in der dritten Drehungskomponente ψ mit $\bar{I}$ übereinstimmt.

4) Das Inertialsystem der Stellarastronomie I_2.

Diese vier Inertialsysteme sind nur um gewisse Drehungen verschieden, deren Komponenten die Form const.$\cdot t$ haben.

Eine stellarstatistische Verbesserung der Präzessionsgrößen hat die Aufgabe, aus einem Näherungssystem I eines der drei stellarstatistisch festgelegten Inertialsysteme $\bar{I}_1, \bar{I}, I_2$ zu bestimmen und zwar durch Angabe des Drehungsvektors $\Delta\mathfrak{p}$, bzw. der Größen $\Delta\psi$, $\Delta\epsilon$, $\Delta\alpha$. Als Näherungssystem I wird ein solches genommen, das bis auf die Drehungskomponente ψ mit I_1 übereinstimmt und sich in dieser um einen Betrag const.$\cdot t$ von I_1 unterscheidet, d. h. das Gebrauchssystem.

Wir haben 2 Arten von Methoden zu unterscheiden. A. Die Methoden, die das empirische, bzw. gemischte Inertialsystem bestimmen wollen. Diese Methoden sehen ab von der Existenz der systematischen Bewegungen, d. h. es wird Regellosigkeit der Eigenbewegungen in bezug auf I nach Abzug der Drehung $\Delta\mathfrak{p}$ und der Sonnengeschwindigkeit $\mathfrak{B}_0$ angenommen. — B. Die Methoden, die ein Beschreibungssystem für die Stellarastronomie festlegen wollen. Diese Methoden müssen notwendigerweise die systematischen Bewegungen in Ansatz bringen.

Es sei bemerkt: Das gemischte Inertialsystem der Planetenastronomie $\bar{I}_1$ kann auch durch eine solche Forderung festgelegt werden: Die Sterne sollen nach Abzug der systematischen Bewegungen keine Drehung in der Ekliptik t_0 zeigen. Die Bestimmung eines so definierten gemischten Inertialsystems wird dann durch die Festlegung von I_2 ermöglicht.

2. Die Methoden: Wir stellen im folgenden die Methoden zusammen, die zur stellarstatistischen Verbesserung der Präzessionskonstante benutzt worden sind.

A. I. Es wird nur eine Verbesserung von ψ $(\Delta\psi)$ angesetzt unter Außerachtlassung der anderen Drehungskomponenten von $\Delta\mathfrak{p}$. Es wird also die Achse von $\Delta\mathfrak{p}$ vorgeschrieben [*Newcomb* [12])]. Die Gleichungen werden in der Form angesetzt [nach Gleichung (III) in Abschnitt 3,5]

$$\Delta\alpha\cos\delta = \Delta(\psi_1)\,[\cos(\epsilon_1)\cos\delta + \sin(\epsilon_1)\sin\delta\sin\alpha] + \\ -\overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0x}}{r}\right)}\sin\alpha + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0y}}{r}\right)}\cos\alpha$$

$$\Delta\delta = \Delta(\psi_1)\sin(\epsilon_1)\cos\alpha - \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0x}}{r}\right)}\cos\alpha\sin\delta - \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0y}}{r}\right)}\sin\alpha\sin\delta + \\ + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0z}}{r}\right)}\cos\delta\,.$$

II. Es werden von den drei Drehungskomponenten a_1, a_2, a_3 nur $a_2 = -\Delta n$, $a_3 = \Delta m$ angesetzt. Die Berechnung wird vorgenommen nach:

$$\Delta\alpha\cos\delta = \Delta n\sin\alpha\sin\delta + \Delta m\cos\delta - \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0x}}{r}\right)}\sin\alpha + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0y}}{r}\right)}\cos\alpha$$

$$\Delta\delta = \Delta n\cos\alpha - \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0x}}{r}\right)}\cos\alpha\sin\delta - \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0y}}{r}\right)}\sin\alpha\sin\delta + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0z}}{r}\right)}\cos\delta\,.$$

[a_1, a_2, a_3 sind die Komponenten von $\Delta\mathfrak{p}$ im mittleren äquatorialen Koordinatensystem (x, y, z) der Normalepoche t_0].

Wir haben bei der Methode II zwei Arten zu unterscheiden:

a) Aus a_2 und a_3 wird ein $\Delta\psi$ und ein $\Delta\alpha$ berechnet [*Boss* [16])].

b) Aus a_2 und a_3 wird durch Ausgleichung nur ein $\Delta\psi$ berechnet [*O. Struve* [14])].

III. Es werden alle drei Drehungskomponenten in Ansatz gebracht. Der Ansatz lautet wie Gleichung (III) in α, δ geschrieben, ohne Ansatz der systematischen Bewegungen [*Bauschinger* [3])].

Es sei bemerkt, a_3 läßt sich außer durch die Ausgleichung bei gleichmäßiger Verteilung des benutzten Materials aus Gleichung $\Delta\alpha\cos\delta$ direkt durch Mittelung bestimmen. Das ist verschiedentlich angewandt worden.

B. IV. Es werden alle drei Drehungskomponenten a_1, a_2, a_3 berechnet, und zwar wird ihre Bedeutung durch folgende Annahmen festgelegt:

1) Das Inertialsystem I_2 zeigt gegen das Inertialsystem I_1 keine Drehung um die x-Achse des äquatorialen Koordinatensystems (x, y, z) der Normalepoche t_0. D. h. $a_1 = \Delta\epsilon = 0$.

2) Das Sternsystem dreht sich um sein Zentrum wie ein starrer Körper, und zwar in der Milchstraßenebene.

Der dieser Hypothese entsprechende Ansatz ist von *Schönfeld* [9]) aufgestellt. Wir verweisen in bezug auf die Gestalt der Glieder $\hat{s}/r$ auf die *Schönfeld*sche Arbeit oder auch die von *L. Struve* [8]) hin. Die Bedeutung von a_1, a_2, a_3 ist durch folgende Beziehungen festgelegt:

$$a_1 = \sin\Omega\,\sin i\,\mathrm{d}l$$
$$a_2 = -n - \cos\Omega\,\sin i\,\mathrm{d}l$$
$$a_3 = m + \cos i\,\mathrm{d}l\,.$$

$\mathrm{d}l$ ist der Betrag der galaktischen Rotation. Ω, i sind Knoten und Neigung der Milchstraßenebene in bezug auf den Äquator t_0. Es kann also durch Bestimmung der Drehungskomponenten a_1, a_2, a_3 $\Delta\psi, \Delta\alpha$ und Δl berechnet werden.

Es sind bei dieser Methode in den praktischen Bearbeitungen wie bei II zwei Fälle zu unterscheiden:

a) Aus a_2 und a_3 werden $\Delta\psi$ und $\Delta\alpha$ berechnet.

b) Aus a_2 und a_3 wird nur $\Delta\psi$ bestimmt.

Diese Methode, die für die systematischen Bewegungen den *Schönfeld*schen Ansatz benutzt, hat heute nur rein historischen Wert. Die Bestimmungen mögen aber doch noch ihre Bedeutung beibehalten, weil sie, wenn man von der besonderen Deutung der Drehungskomponenten absieht, genau dasselbe wie Methode A III ergeben. Denn die zusätzlichen systematischen Glieder gehen nur ebenso in die Gleichungen ein wie die Drehung a_1, a_2, a_3 oder die Sonnenbewegung $\mathfrak{B}_0$. An Bearbeitungen seien genannt:

L. Struve: siehe Literaturangabe [8]).

Fr. Ristenpart: Untersuchungen über die Konstante der Präzession, Karlsruhe 1896.

J. K. Fotheringham, *D. Litt*: siehe Literaturangabe [17]).

V. Als Ansatz für die systematischen Bewegungen wird der *Oort*sche Ansatz der galaktischen Rotation benutzt. Es werden wie in IV alle drei Drehungskomponenten berechnet und $\Delta\psi, \Delta\alpha$ aus der Annahme $\Delta\epsilon = 0$ hergeleitet. Wir teilen die Bestimmungen rein formal in 2 Arten ein,

je nachdem galaktische oder äquatoriale Koordinaten verwendet werden.

a) Der Ansatz für galaktische Koordinaten lautet [siehe Formel (III) und Abschnitt 4]:

$$\Delta l\cos b = -g_1\cos l\sin b - g_2\sin l\sin b - \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0x}}{r}\right)}\sin l + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0y}}{r}\right)}\cos l + A\cos 2(l-l_0)\cos b + (B+g_3)\cos b$$

$$\Delta b = +g_1\sin l - g_2\cos l - \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0x}}{r}\right)}\cos l\sin b + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0y}}{r}\right)}\sin l\sin b + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0z}}{r}\right)}\cos b \quad [+A\sin 2(l-l_0)\cos b\sin b].$$

Dabei gilt für g_1 und g_2 unter der Annahme

$$\Delta(\epsilon_1) = 0$$
$$g_1 = \Delta(\psi_1)\sin\epsilon_1\sin l_1 - \Delta(a)\sin\epsilon_2\sin l_2$$
$$g_2 = \Delta(\psi_1)\sin\epsilon_1\cos l_1 - \Delta(a)\sin\epsilon_2\cos l_2 .$$

l_1, ϵ_1 sind dabei aufsteigender Knoten und Neigung der Ekliptik t_0 in bezug auf die galaktische Ebene, l_2, ϵ_2 dieselben Größen für den Äquator t_0.

Wir schreiben den systematischen Teil von Δb deswegen in Klammern, weil er in den Bearbeitungen, die diese Methode benutzten, außer acht gelassen ist.

Dieser Ansatz stammt von *Oort*[5b]) selbst und wurde von ihm für ein Sternmaterial von gleichmäßiger Verteilung über den ganzen Himmel benutzt. Unter dieser Voraussetzung darf der systematische Teil von Δb außer acht gelassen werden, weil er in die Lösung durch Ausgleichung nicht eingeht. Das gilt selbst dann, wenn nur wie bei *Oort* bestimmte Breitenzonen zugrunde gelegt werden, für die allerdings nach der Länge die Voraussetzung der gleichmäßigen Verteilung der »mittleren« Sterne erfüllt sein muß. Unter der Annahme $\Delta\epsilon = 0$ werden von *Oort* g_1, g_2 bzw. $\Delta\psi$ und Δa allein aus den Gleichungen Δb gewonnen. Damit wird dann auch g_3 unabhängig von den Gleichungen $\Delta l\cos b$ erhalten.

b) Für den Ansatz in äquatorialen Koordinaten weisen wir auf eine Arbeit von *Holm*[11]) hin, in der eine vollständige Ableitung aus den *Oort*schen Formeln gegeben ist. Dabei wird hier der systematische Teil von Δb nicht außer acht gelassen wie bei Va. Die in Abschnitt 4,2 angegebenen Arbeiten benutzten diese Methode (mit Ausnahme von *Veldt*, der mit den galaktischen Komponenten, also nach Va, rechnet).

3. Kritik der Methoden. Wir kommen zur Kritik der angegebenen Methoden und behandeln vorerst die Methoden A. Wir fragen zuerst, ob es berechtigt ist, nur eine bzw. zwei Drehungskomponenten unter Außerachtlassung der übrigen zu verbessern, wenn man überhaupt den gesuchten Größen die Bedeutung von Drehungskomponenten geben will. Wir sehen dabei wie bei den Methoden A überhaupt von der Existenz der systematischen Bewegungen ab. Ferner nehmen wir in den folgenden Untersuchungen durchweg eine gleichmäßige Verteilung des Sternmaterials an. Wir haben als allgemeinen Ansatz:

$$\Delta a\cos\delta = -a_1\cos a\sin\delta - a_2\sin a\sin\delta + a_3\cos\delta + -\overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0x}}{r}\right)}\sin a + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0y}}{r}\right)}\cos a$$

$$\Delta\delta = a_1\sin a - a_2\cos a - \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0x}}{r}\right)}\cos a\sin\delta + -\overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0y}}{r}\right)}\sin a\sin\delta + \overline{\left(\frac{\mathfrak{B}_{0z}}{r}\right)}\cos\delta .$$

Dabei gilt: $a_1 = -\Delta(\epsilon_1)$
$a_2 = -n = -\Delta(\psi_1)\sin(\epsilon_1)$
$a_3 = m = \Delta(\psi_1)\cos(\epsilon_1) - \Delta(a)$.

Wir stellen die Lösung unter Berücksichtigung des Einflusses der außer acht gelassenen Drehungskomponenten für $\Delta(\psi_1)$ allein auf, und zwar:

1) aus den kombinierten Gleichungen für $\Delta a, \Delta\delta$.
2) aus den Gleichungen für Δa
3) aus den Gleichungen für $\Delta\delta$.

1) $\Delta(\psi_1)\,\Sigma(P^2+Q^2) = \Sigma(\Delta a\cos\delta)\,P - \Delta(a)\,\Sigma\cos(\epsilon_1)\cos^2\delta + + \Sigma\,\Delta\delta\,Q$
2) $\Delta(\psi_1)\,\Sigma P^2 = \Sigma(\Delta a\cos\delta)\,P - \Delta(a)\,\Sigma\cos(\epsilon_1)\cos^2\delta$
3) $\Delta(\psi_1)\,\Sigma Q^2 = \Sigma\,\Delta\delta\,Q$.

Dabei ist $P = \sin(\epsilon_1)\sin a\sin\delta + \cos(\epsilon_1)\cos\delta$
$Q = \sin(\epsilon_1)\cos a$.

$a_1 = -\Delta(\epsilon_1)$ fällt heraus.

(Es ist hierbei die Voraussetzung der gleichmäßigen Verteilung benutzt und von den Orthogonalitätseigenschaften der trigonometrischen Funktionen Gebrauch gemacht.)

Aus den Lösungsansätzen ersehen wir: Durch die Methode A I bestimmt man $\Delta(\psi_1)$ nur dann einwandfrei, wenn man die Gleichungen für $\Delta\delta$ benutzt. Man erhält aber für $\Delta(\psi_1)$ falsche Werte, und zwar gefälscht um Beträge in der Größenordnung von $\Delta(\psi_1)$, selbst wenn man die Gleichungen Δa, bzw. Δa und $\Delta\delta$ kombiniert, zugrunde legt, und zwar ersieht man, daß die Lösungen in diesen beiden Fällen ähnlich sein werden. Das ist ein Grund, warum *Newcomb*[12]) bei der Ableitung seiner Präzessionskonstante $\Delta\psi$ aus den drei Möglichkeiten so sehr sich widersprechende Werte erhält. Wir geben als Beispiel dafür die Ergebnisse auf S. 35 seiner Arbeit an:

1) $\Delta(\psi_1) = +0.357$ 2) $\Delta(\psi_1) = +0.231$ 3) $\Delta(\psi_1) = +1.748$.

Der Grund liegt etwa nicht nur in den systematischen Bewegungen (in den Sternströmen), wie *Hough* und *Halm*[13]) meinen. *Hough* und *Halm* erhalten zwar widerspruchsfreie Werte, weil sie die systematischen Bewegungen in gewisser Weise berücksichtigen, im Prinzip ist ihre Rechnung aber auch nicht einwandfrei, weil sie den Weg der Methode II b gehen.

Die Methode II ist zwar einwandfrei, wie ohne weiteres aus dem allgemeinen Lösungsansatz folgt, der unter Voraussetzung gleichmäßig verteilten Sternmaterials lautet:

$$a_1\cdot\Sigma(\cos^2 a\sin^2\delta + \sin^2 a) = -\Sigma\,\Delta a\cos\delta\cos a\sin\delta + \Sigma\,\Delta\delta\sin a$$
$$a_2\cdot\Sigma(\sin^2 a\sin^2\delta + \cos^2 a) = -\Sigma\,\Delta a\cos\delta\sin a\sin\delta - \Sigma\,\Delta\delta\cos a$$
$$a_3\cdot\Sigma\cos^2\delta = \Sigma\,\Delta a\cos^2\delta .$$

Die Drehungskomponenten $a_3 = \Delta m$ und $a_2 = -\Delta n$ lassen sich unabhängig von a_1 bestimmen. Eine Annahme über a_1 beeinflußt das Resultat nicht, allerdings nur unter der Voraussetzung gleichmäßig verteilten Materials. Die Me-

thode II bleibt aber nur dann richtig, wenn man die beiden Komponenten $\Delta(\psi_1), \Delta(a)$ aus a_2 und a_3 errechnet. In IIb (ebenso auch in IVb) macht man letzten Endes denselben Fehler wie in I. Es zeigt sich hier und bei den anderen Bestimmungen dieser Art in derselben Weise wie bei *Newcomb* ein Unterschied zwischen dem aus Δm und dem aus Δn bestimmten $\Delta(\psi_1)$-Wert [siehe z. B. *O. Struve*[14])]. Dieser Widerspruch führte wie schon gesagt zur Einführung der »Verbesserung des Äquinox«.

Es sei noch bemerkt: Bei der Herstellung seines endgültigen Wertes für die Präzessionskonstante beachtet *Newcomb* sehr wohl den Umstand, daß der Unterschied in den $\Delta(\psi_1)$-Werten durch eine Korrektion des Äquinox bedingt sei und behoben werden könne. In dem Sinne der Festlegung eines gemischten Inertialsystems, wie wir es hier verstehen, ist dennoch der endgültige Wert als nicht einwandfrei zu bezeichnen, weil er durch gewisse zusätzliche Untersuchungen belastet ist, die in sich berechtigt sein mögen, aber doch die Sicherheit in der Festlegung einer Präzessionskonstante in unserem Sinne gefährden.

Die Methoden A sehen von den systematischen Bewegungen prinzipiell ab. Es mag nützlich sein, zu untersuchen, wie dadurch die Resultate beeinflußt werden. Eine solche Untersuchung bleibt nur bei Annahme einer gleichmäßigen Verteilung des Materials übersichtlich. Um den gewünschten Einblick zu bekommen, denke man sich die systematischen Glieder $(\overline{\mathfrak{S}_x/r})$, $(\overline{\mathfrak{S}_y/r})$, $(\overline{\mathfrak{S}_z/r})$ als Fourierreihen in α, δ aufgestellt und in die Ansätze als bekannte Größen eingeführt. Indem man die Größen a_1, a_2, a_3 aus den kombinierten Gleichungen und den Gleichungen $\Delta\alpha$ bzw. $\Delta\delta$ berechnet, ersieht man: 1) In die Lösungen gehen außer den systematischen Gliedern, die in der Form einer eigentlichen Drehung auftreten, auch solche ein, die nicht die Gestalt einer Drehung haben. Deswegen können wir die Resultate nur als gewisse »mittlere« Drehungen ansehen. 2) In die Bestimmung der a_1, a_2 aus den Gleichungen $\Delta\alpha$ einerseits und aus den Gleichungen $\Delta\delta$ andererseits können die systematischen Glieder verschieden eingehen. Es kommt dabei auf den speziellen Ansatz der systematischen Bewegungen an. Daraus ergibt sich insbesondere, daß man die »n«-Werte, die man auf den beiden verschiedenen Wegen erhält, von vornherein nicht als übereinstimmend anzunehmen braucht. Demnach könnte also eine eindeutige Errechnung einer mittleren Drehung überhaupt in Frage gestellt sein und damit auch eine eindeutige Festlegung des empirischen Inertialsystems. Das braucht allerdings nicht die Festlegung des gemischten Inertialsystems in Frage zu stellen, wenn wir die Drehungskomponente ψ wie in Abschnitt **2**,4 durch die mittlere Drehung der Sterne um den Pol der Ekliptik t_0 definieren. Eine solche Drehung kann man ohne Widerspruch festlegen, wenn man den Eigenbewegungen das System der Ekliptik t_0 zugrunde legt; dann tritt diese Drehung einfach als »a_3« auf. Erfahrungsgemäß scheint ein Unterschied in den beiden Bestimmungen des n (ebenso des a_1) nicht aufzutreten. Darauf weisen die Untersuchungen von *Boss*[16]) (Tabelle IV S. 115) und *Fotheringham*[17]) (S. 416) an dem bisher weitaus besten Eigenbewegungsmaterial des Boss-Kataloges hin. Es sei erwähnt, daß *L. Struve*[8]) [siehe auch *Seeliger*[2]) (S. 135)] in seiner Arbeit einen großen Unterschied bekommt. Den Arbeiten auf Grund des Boss-Kataloges ist aber nun bei weitem größeres Gewicht beizulegen. Wir haben schon gesagt, daß eine mögliche Differenz von dem Ansatz abhängt, der für die systematischen Bewegungen zu machen ist. Der *Oort*sche Ansatz läßt eine Verschiedenheit zu, und zwar ist bei gleichmäßiger Verteilung des Materials der aus den Deklinationen bestimmte n-Wert um eine Größe $+0.15 \cdot B/4.74$ für ein Jahr verschieden von dem aus den Rektaszensionen bestimmten Wert. (Siehe die Formeln in der Arbeit von *Holm*[11]). Bei Ableitung dieser Größe ist die Orthogonalitätseigenschaft der trigonometrischen Funktionen wesentlich benutzt. Für den *Oortschen* Wert von $B = -0.024$ ergibt das einen Wert, der kleiner als $0''.1$ für ein Jahrhundert ist. Dieser Wert ist z. B. in der Größenordnung des mittleren Fehlers der *Boss*schen Bestimmung, so daß ein merklicher Einfluß nicht vorliegt. Der *Oort*sche Ansatz bedingt für die a_1-Werte einen größeren Unterschied, und zwar von $-0.87 \cdot B/4.74$. Dieser Unterschied ist größer als der von *Fotheringham* erhaltene, liegt aber in der Größenordnung der von *L. Struve* erhaltenen Differenz.

Methoden B. Abgesehen von der Zulässigkeit oder der Unzulässigkeit der speziellen Ansätze für die systematischen Bewegungen sind die Methoden B deswegen nicht einwandfrei, weil sie sich wesentlich auf die Annahme $\Delta\epsilon = 0$ stützen, für die, wie wir gesehen haben, a priori keine Berechtigung angegeben werden kann und auf der die scheinbare Möglichkeit der vollständigen Festlegung von I_2 (bzw. $I_2 \equiv I_1$) im Gegensatz zu unseren Ausführungen **3**,3 beruht. Selbst bei genauestem Ansatz der systematischen Bewegungen und bei reinlichster Durchführung der Rechnung haben wir keine Möglichkeit auf Grund der angegebenen Methoden ein einwandfreies Inertialsystem für die Stellarastronomie festzulegen. Denn für die 4 Größen $\Delta l, \Delta\psi, \Delta a, \Delta\epsilon$ (im Falle der galaktischen Rotation) stehen uns nur 3 bestimmbare Beziehungen zur Verfügung. Es bleibt bei irgendeiner Zusatzannahme (z. B. $\Delta\epsilon = 0$) immer eine unbestimmte Drehung in der Milchstraßenebene in der Festlegung von I_2 enthalten und damit auch in den systematischen Bewegungen selbst, und zwar ist diese Drehung dem Betrage nach von der Größenordnung der systematischen Bewegungen.

Die vorliegenden Überlegungen sind unter der Voraussetzung ausgeführt, daß die systematischen Bewegungen in der Milchstraßenebene vor sich gehen. Lassen wir diese Annahme fallen, so stehen sechs Unbekannten drei bekannte Beziehungen gegenüber. In diesem Fall ist selbst dann die Festlegung von I_2 unmöglich, wenn wir die Annahme $I_1 \equiv I_2$ machen. Denn dann haben wir bei drei Gleichungen immer noch vier Unbekannte.

Es sei in diesem Zusammenhang auf einen Punkt der Methode Va besonders aufmerksam gemacht. Wie in Abschnitt **3**, 3 gesagt, können wir mit Hilfe der Eigenbewegungen allein nur zwei der Komponenten von $\Delta\mathfrak{p}$, und zwar die Komponenten in der Milchstraßenebene in einwandfreier Weise festlegen auf Grund der Annahme, daß die systematischen Bewegungen in der Milchstraßenebene vor sich gehen. Die Berechnung ist möglich mit Hilfe der Gleichungen Δb für kleines b. Aus der Möglichkeit der einwandfreien Festlegung

von g_1 und g_2 folgt aber nicht die Möglichkeit der einwandfreien Festlegung von $\Delta\psi$ und Δa, da die Achsen der Drehungen von $\Delta\psi$ und Δa nicht in der Milchstraßenebene liegen, also auch Komponenten senkrecht zur Milchstraßenebene haben. Daß *Oort* von einer einwandfreien Bestimmung von $\Delta\psi$ und Δa sprechen kann, beruht eben auf der Annahme $\Delta\epsilon = 0$.

Ferner sei noch auf folgenden Punkt der Methode Va hingewiesen. Es wird dort zur Bestimmung von g_1, g_2 (bzw. $\Delta\psi$, Δa) die Gleichung Δb für alle b benutzt ohne die systematischen Glieder. Dadurch kommen die systematischen Glieder in das Resultat hinein, ohne berücksichtigt zu sein. Das ist auf Grund des *Oort*schen Ansatzes der galaktischen Rotation durchaus berechtigt, wenn das benutzte Material gleichmäßig verteilt ist, da dann die systematischen Glieder das Resultat nicht beeinflussen. (Man denke dabei an die Orthogonalitätseigenschaft der trigonometrischen Funktionen.) In der *Oort*schen Bestimmung erfüllt das Material die besagte Bedingung. *Veldt*[15]) dagegen wendet den *Oort*schen Ansatz für Δb ohne systematische Bewegungen auf ein Material an, daß die Bedingung der gleichmäßigen Verteilung nicht erfüllt. Das ist natürlich nicht einwandfrei.

Wie auch *Oort*[5b]) in seiner Arbeit angibt, zeigen die Resultate für die Drehungskomponenten, die aus Zonen verschiedener galaktischer Breite berechnet sind, einen systematischen Gang, während bei strenger Gültigkeit des *Oort*schen Ansatzes die Resultate aus den verschiedenen Breitenzonen bei gleichmäßiger Verteilung in Länge übereinstimmen müßten, wenn, wie bei *Oort*, die nördlichen Breitenzonen mit den entsprechenden südlichen kombiniert werden. Das kann, wie *Oort* selbst erwähnt, auf die Existenz weiterer systematischer Glieder hinweisen. [Literaturangabe [5b]) Tabelle V.]

Für die Verbesserung der Präzessionskonstante $\Delta(\psi_1)$ zeigt sich insbesondere ein merklicher Gang in der Weise, daß die Werte mit wachsender Breite abnehmen, und zwar von +0.017 bis +0.008. Als eigentliche Werte von $\Delta(\psi_1)$ und $\Delta(a)$ sind die Resultate der Zonen mit kleiner Breite zu nehmen (nach Abschnitt **3**,3 bzw. 5), so daß demnach die von *Oort* angegebene Verbesserung der Präzessionskonstante eine Vergrößerung erfahren müßte, wenn wir im Augenblick von der Unzulässigkeit der Annahme $\Delta\epsilon = 0$ absehen[1]).

4. Zur Frage nach der Verbesserung der Präzessionskonstante. Es ist in letzter Zeit siehe z. B. *Prager*: Veröffentlichungen der Universitäts-Sternwarte Berlin-Babelsberg, Nr. 4, 1923) die Frage aufgeworfen worden, ob die *Newcomb*sche oder die *Struve-Peters*sche (*O. Struve*sche) Präzessionskonstante die bessere bzw. richtigere sei. Man glaubt der *Struve-Peters*schen Konstante den Vorzug geben zu müssen. Dabei wird unter Präzessionskonstante die verstanden, die sich auf das gemischte Inertialsystem der Planetenastronomie [**5**,1 (3)] bezieht. Vom Standpunkt der einwandfreien Festlegung des gemischten Inertialsystems ist die oben gegebene Fragestellung durchaus berechtigt, und wir können nach unseren Überlegungen dazu folgendes sagen. Beide Methoden sind nicht gänzlich einwandfrei, wenigstens im Sinne der Festlegung des gemischten Inertialsystems, wie wir es definiert haben. (Die *Struve-Peters*sche Präzessionskonstante beruht auf der *O. Struve*schen Bestimmung, die wir in Abschnitt **5**, 2A besprochen haben.) Es wäre eine solche Präzessionskonstante zur Festlegung des gemischten Inertialsystems zu benutzen, die einer einwandfreien Bearbeitung eines möglichst guten und umfangreichen Materials entspringt und in zweckmäßiger Weise aus dem in Abschnitt **5**, 3A angegebenen Grunde als mittlere Drehung der Sterne um den Pol der Ekliptik t_0 bestimmt wird.

Um zu einer vollständigen Klärung des vorliegenden Sachverhaltes zu kommen, müssen wir folgendes beachten: Vom Standpunkt der dynamischen Beschreibung des Planetensystems ist auf Grund der Ausführungen der Abschnitte **2**, **3** und **5** das gemischte Inertialsystem [im Sinne **5**, 1 (3)] wenigstens von einer gewissen Genauigkeitsgrenze ab, die schon längst erreicht ist, durchaus als eine willkürliche Festsetzung anzusehen. Die Frage, ob die eine oder andere Präzessionskonstante besser ist, hat in dieser Hinsicht keinen Sinn, da wir durch eine stellarstatistische Bestimmung der Präzessionskonstante im angenommenen Sinne ja niemals zur Festlegung des mechanischen Inertialsystems der Planetenastronomie kommen können [siehe dazu *Bauschinger*[3]), Seite 1006, Hypothese 1, und insbesondere *Anding*[1])]. Was nun die Festlegung des gemischten Inertialsystems in Anlehnung an das mechanische Inertialsystem der Stellarastronomie anbetrifft, so tritt die Schwierigkeit auf, daß wir von einer Verbesserung der Präzessionskonstante allein nicht mehr sprechen können, sondern auch eine »Verbesserung« der anderen Drehungskomponenten in Betracht ziehen müßten. Abgesehen davon, daß eine ausreichend sichere zahlenmäßige Festlegung von I_2 zurzeit noch nicht möglich ist.

Zur Festlegung eines Näherungssystems erweisen sich alle irgendwie definierten und bestimmten Präzessionskonstanten für die bisher geforderte Darstellungsgenauigkeit von einigen Anomalien abgesehen in weitgehendem Maße als ausreichend. Darüber hinaus kann zurzeit nichts gesagt werden. Deswegen liegt keinerlei Veranlassung vor, von der jetzt im allgemeinen Gebrauch befindlichen *Newcomb*schen Präzessionskonstante abzugehen und etwa eine im Sinne der Festlegung des gemischten Inertialsystems richtige Präzessionskonstante zu bestimmen — ebensowenig, wie es einen Sinn hatte, am Ende des vorigen Jahrhunderts von der damals im allgemeinen Gebrauch befindlichen *Struve-Peters*schen Präzessionskonstante zur *Newcomb*schen überzugehen.

Was nun die Festlegung eines Beschreibungssystemes für die Stellarastronomie anbetrifft, so haben wir durch unsere Überlegungen in Abschnitt **3**, **4**, **5**, 3B gesehen, daß wir durch die bisher stellarstatistisch aus den Eigenbewegungen bestimmten Präzessionsgrößen nicht einmal ein brauchbares

[1]) Diese Frage ist nach Fertigstellung dieser Arbeit in Anlehnung an eine Untersuchung von *Rosenhagen* in einem anderen Zusammenhange geklärt worden (Z. f. Astrophys. **3**, S. 291–301). Bei der *Rosenhagen*schen Erweiterung des *Oort*schen Ansatzes ist $\mathfrak{F}_z$ nicht mehr null. Das beeinflußt aber unsere Überlegungen keineswegs, weil $\mathfrak{F}_z$ ja keine Drehungskomponente enthält. Da insbesondere $\mathfrak{F}_z$ in den Gleichungen für Δb mit einem Faktor $\sin^2 b$ auftritt, bleibt auch die Bestimmung von g_1, g_2 in **3**,5 ungeändert.

Näherungssystem erhalten können. Die Festlegung eines Inertialsystems der Stellarastronomie ist wie auch bei der Planetenastronomie nur in Verbindung mit einer Theorie möglich und hat dann auch nur für diese Theorie Gültigkeit.

Berlin-Dahlem, Astron. Recheninstitut, 1932 Jan. *Karl Pilowski.*

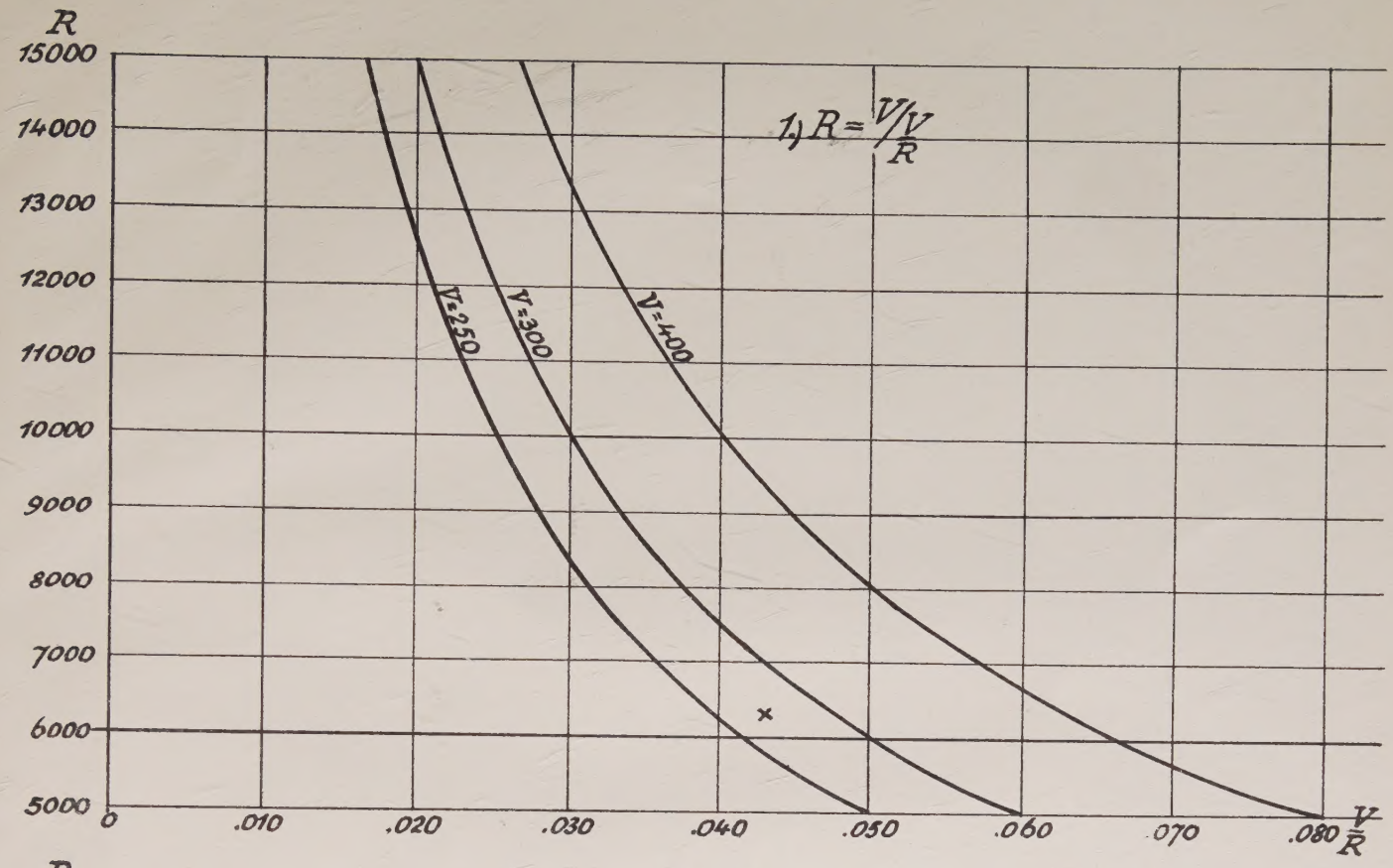
Literaturnachweis.

1) *E. Anding*: Über Koordinaten und Zeit. Enzykl. d. math. Wiss. VI, 2. A. 1.
2) *H. Seeliger*: Über die sogenannte absolute Bewegung. München, Sitz.-Ber., 1909, 4.
3) *J. Bauschinger*: Über die astronomische Festlegung des Trägheitssystems. Naturwiss. **10**.1005 (1922).
4) *P. ten Bruggencate* und *H. Kienle*: Astronomische und physikalische Grundbegriffe (§ 1) in Müller-Pouillets Lehrbuch der Physik. V, 2. Physik des Kosmos, herausg. von *A. Kopff*.
5) a. *J. H. Oort*: Observational evidence confirming *Lindblad*'s hypothesis of a rotation of the galactic system. BAN **3**.120 (1927).
b. *J. H. Oort*: Investigations concerning the rotational motion of the galactic system . . . BAN **4**.132 (1927).
6) *J. H. Oort*: Dynamics of the galactic system in the vicinity of the sun. BAN **4**.159 (1928).
7) *B. Lindblad*: The velocity-ellipsoid, galactic rotation . . . MN **90**.503 (1930).
8) *L. Struve*: Bestimmung der Konstante der Präzession. . . . Mém. de l'Ac. St. Pétersbourg (1887).
9) *E. Schönfeld*: VJS **17**.256 (1882).
10) *J. Bauschinger*: Rotation der Himmelskörper, S. 1016. Enzykl. d. math. Wiss. VI, 2 A.
11) *St. Holm*: Statistical investigations. . . Lund Medd. (2) 55.
12) *S. Newcomb*: A new determination of the precessional constant. Astr. Pap. VIII (1905).
13) *S. S. Hough* und *J. Halm*: On the systematic motions of the Bradley-stars. MN **70**.568 (1910).
14) *O. Struve*: Bestimmung der Konstante der Präzession. Diss. Petersburg (1842).
15) *D. Veldt*: The rotational motion of the galaxy. . . BAN **4**.150 (1928).
16) *L. Boss*: Precession and solar motion. AJ **26**.111 (1910).
17) *J. K. Fotheringham, D. Litt*: Precession, galactic rotation. . . MN **86**.414 (1926).

Lebenslauf.

Am 24. August 1905 wurde ich, *Karl Pilowski*, als Sohn des Versicherungsbeamten *Johannes Pilowski* in Hannover geboren. Ich bin preußischer Staatsangehörigkeit und katholischen Bekenntnisses. Nach vierjährigem Volksschulbesuch war ich von Ostern 1916 bis zur Reifeprüfung Ostern 1925 Schüler der Treitschke-Schule (Reform-Realgymnasium) zu Berlin-Wilmersdorf. Von Ostern 1925 ab studierte ich 8 Semester an der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin Mathematik, Physik, Astronomie und Philosophie. Ich hörte Vorlesungen und Übungen bei den Herren Professoren und Dozenten: *Bieberbach*, *Dessoir*, *Feigl*, *Guardini*, *Guthnick*, *Hammerstein*, *Hettner*, *W. Köhler*, *Kopff*, *v. Laue*, *Löwner*, *v. Mises*, *Nernst*, *Planck*, *Pollaczek*, *Rieffert*, *E. Schmidt*, *Schrödinger*, *Schur*, *Spranger*, *Szegö*, *Wehnelt*. Vor allem möchte ich den Herren Professoren Dr. *Kopff*, *v. Mises* und *Schur* für ihre Förderung danken. Am 5. November 1929 bestand ich das Staatsexamen für das Lehramt an höheren Schulen in den Fächern Mathematik, Physik und angewandte Mathematik mit Auszeichnung. Seitdem bin ich am Astronomischen Recheninstitut zu Berlin-Dahlem als wissenschaftlicher Hilfsarbeiter beschäftigt. Meine astronomischen Studien betrieb ich insbesondere unter der Leitung von Herrn Professor Dr. *Kopff*, auf dessen Anregung hin ich auch die vorliegende Arbeit ausführte. Herrn Professor Dr. *Kopff* bin ich für wohlwollende Beratung und Förderung bei der Abfassung dieser Arbeit zu besonderem Dank verpflichtet.

K. Pilowski, Über das Inertialsystem der Stellarastronomie.....



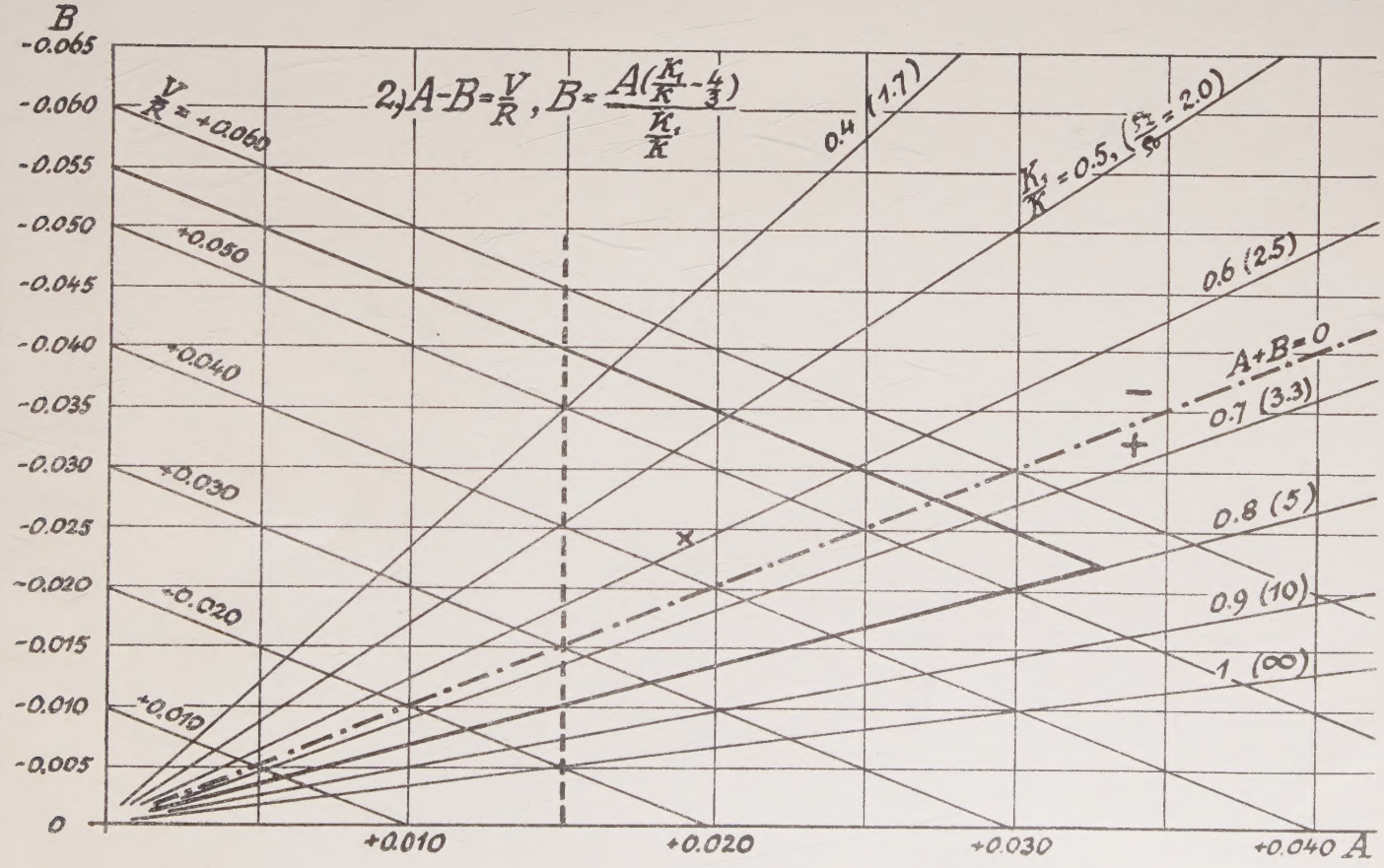


Diagramme für die Oortschen Rotationskonstanten